



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
Scuola di Ingegneria



Corso di

TECNICA DELLE COSTRUZIONI

ANALISI ELASTICA DELLE SEZIONI IN C.A.

STATI LIMITE DI ESERCIZIO

Docente:
Prof. Ing. Angelo MASI

Collaboratori:
Ing. Vincenzo MANFREDI
Ing. Giuseppe VENTURA

GLI STATI LIMITE

- Si definisce Stato Limite uno stato raggiunto il quale, la struttura o uno dei suoi elementi costitutivi, non soddisfa più le esigenze per cui è stata concepita.
- La sicurezza e le prestazioni di un'opera o di una parte di essa devono essere valutate in relazione agli stati limite che si possono verificare durante la sua vita nominale.

GLI STATI LIMITE ULTIMI E DI ESERCIZIO

Gli Stati Limite si suddividono in due categorie:

- **Stati Limite Ultimi (SLU)**
- **Stati Limite di Esercizio (SLE)**

Gli Stati Limite Ultimi corrispondono alla massima capacità portante o al raggiungimento di condizioni estreme.

Gli Stati Limite di Esercizio sono legati alle esigenze di impiego normale e di durata.

NOTA

Le verifiche degli SLU possono non essere sufficienti per garantire un corretto funzionamento in esercizio - per condizioni di carico meno gravose - cui la struttura sarà sottoposta con una certa frequenza.

DEFINIZIONE DEGLI STATI LIMITE

COLLASSO

Stati Limite Ultimi

- perdita di stabilità
- rottura di sezioni
- trasformazione in meccanismo
- instabilità per deformazione
- rottura a fatica
- collasso per effetto di fuoco, urti, ecc.

FUNZIONALITÀ

Stati Limite di Esercizio

- deformazioni eccessive
- fessurazione prematura o eccessiva
- degrado o corrosione dei materiali
- spostamenti eccessivi
- vibrazioni eccessive

Metodo degli Stati Limite: AZIONI

COMBINAZIONI PER LE VERIFICHE ALLO STATO LIMITE ULTIMO (SLU)

$$\gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_P P + \gamma_q Q_{k1} + \sum_{(i>1)} \gamma_q \Psi_{0i} Q_{ki}$$

- G_1 valore nominale delle azioni permanenti strutturali
- G_2 valore nominale delle azioni permanenti non strutturali
- P valore nominale delle azioni di precompressione
- Q_{k1} valore caratteristico dell'azione variabile di base di ogni combinazione
- Q_{ki} valore caratteristico delle altre azioni variabili
- $\gamma_{G1}, \gamma_{G2}, \gamma_P$ coefficienti parziali per le azioni (o il loro effetto) nelle verifiche SLU
- $\Psi_{0i}, \Psi_{1i}, \Psi_{2i}$ coefficienti di combinazione

Coefficienti parziali per le azioni (γ_F)

Coefficienti parziali per le azioni γ_F nelle verifiche SLU (§ 2.6.1, NTC2018)

$$\gamma_{G1} \mathbf{G}_1 + \gamma_{G2} \mathbf{G}_2 + \gamma_P \mathbf{P} + \gamma_q \mathbf{Q}_{k1} + \sum_{(i>1)} \gamma_q \Psi_{0i} \mathbf{Q}_{ki}$$

	Condizioni di carico		γ_F (STR)
Carichi permanenti G1	Favorevoli	γ_{G1}	1.0
	Sfavorevoli		1.3
Carichi permanenti non strutturali G2	Favorevoli	γ_{G2}	0.8
	Sfavorevoli		1.5
Carichi variabili Q	Favorevoli	γ_{qi}	0.0
	Sfavorevoli		1.5

Metodo degli Stati Limite: AZIONI

COMBINAZIONI PER LE VERIFICHE ALLO STATO LIMITE DI ESERCIZIO

Combinazioni **rare**: $G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \Sigma(i>1) \Psi_{0i} Q_{ki}$

Combinazioni **frequenti**: $G_1 + G_2 + P + \Psi_{1i} Q_{k1} + \Sigma(i>1) \Psi_{2i} Q_{ki}$

Combinazioni **quasi permanenti**: $G_1 + G_2 + P + \Sigma(i \geq 1) \Psi_{2i} Q_{ki}$

- G_1 valore nominale delle azioni permanenti strutturali
 G_2 valore nominale delle azioni permanenti non strutturali
 P valore nominale delle azioni di precompressione
 Q_{k1} valore caratteristico dell'azione variabile di base di ogni combinazione
 Q_{ki} valore caratteristico delle altre azioni variabili
 $\gamma_{G1}, \gamma_{G2}, \gamma_P$ coefficienti parziali per le azioni (o l'effetto) nelle verifiche SLU
 $\Psi_{0i}, \Psi_{1i}, \Psi_{2i}$ coefficienti di combinazione

Metodo degli Stati Limite: AZIONI

CARATTERIZZAZIONE DELLE AZIONI ELEMENTARI

*Si definisce valore caratteristico Q_k di un'azione variabile il valore corrispondente ad un **frattile del 95 %** della distribuzione statistica, in relazione al periodo di riferimento dell'azione variabile stessa.*

Le azioni variabili Q_{kj} vengono combinate con i coefficienti di combinazione ψ_{0j} , ψ_{1j} e ψ_{2j} ($\psi_{0j} \geq \psi_{1j} \geq \psi_{2j}$), in modo da definire:

- **valore raro** $\psi_{0j} \times Q_{kj}$: *il valore di durata breve ma ancora significativa nei riguardi della possibile concomitanza con altre azioni variabili;*
- **valore frequente** $\psi_{1j} \times Q_{kj}$: *il valore corrispondente al frattile 95 % della distribuzione temporale dell'intensità e cioè che è superato per una limitata frazione del periodo di riferimento;*
- **valore quasi permanente** $\psi_{2j} \times Q_{kj}$: *la media della distribuzione temporale dell'intensità.*

Frattile: si definisce frattile di ordine k di una variabile aleatoria X quel particolare valore x_k della variabile stessa per il quale la probabilità che sia $x \leq x_k$ è pari proprio a k .

Metodo degli Stati Limite: AZIONI

COMBINAZIONI PER LE VERIFICHE ALLO STATO LIMITE DI ESERCIZIO

Combinazioni **rare**: $G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \sum(i>1) \Psi_{0i} Q_{ki}$

Combinazioni **frequenti**: $G_1 + G_2 + P + \Psi_{1i} Q_{k1} + \sum(i>1) \Psi_{2i} Q_{ki}$

Combinazioni **quasi permanenti**: $G_1 + G_2 + P + \sum(i \geq 1) \Psi_{2i} Q_{ki}$

Categoria/Azione variabile	Ψ_{0j}	Ψ_{1j}	Ψ_{2j}
Categoria A Ambienti ad uso residenziale	0,7	0,5	0,3
Categoria B Uffici	0,7	0,5	0,3
Categoria C Ambienti suscettibili di affollamento	0,7	0,7	0,6
Categoria D Ambienti ad uso commerciale	0,7	0,7	0,6
Categoria E Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale	1,0	0,9	0,8
Categoria F Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso ≤ 30 kN)	0,7	0,7	0,6
Categoria G Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso > 30 kN)	0,7	0,5	0,3
Categoria H Coperture	0,0	0,0	0,0
Vento	0,6	0,2	0,0
Neve (a quota ≤ 1000 m s.l.m.)	0,5	0,2	0,0
Neve (a quota > 1000 m s.l.m.)	0,7	0,5	0,2
Variazioni termiche	0,6	0,5	0,0

I coefficienti di combinazione (Ψ_{0j} ; Ψ_{1j} ; Ψ_{2j}) sono principalmente funzione della destinazione d'uso

Stati Limite di Esercizio (S.L.E.)

Gli Stati Limite di Esercizio più comuni sono:

- Limitazione delle tensioni di esercizio
- Controllo della fessurazione
- Limitazione delle deformazioni

ESEMPI

La presenza di elevate fessurazioni comporta in generale un'accelerazione del degrado della struttura connesso alla corrosione dell'armatura e conseguente distacco del copriferro.

In un serbatoio un marcato quadro fessurativo ne pregiudica la funzionalità.

L'eccessiva deformabilità delle vie di corsa di un carro-ponte può provocare situazioni anomale di esercizio e di usura delle parti meccaniche.

DEGRADO da deficit di manutenzione



DEGRADO da deficit progettuale/esecutivo o di manutenzione



**Corrosione
armature travetti**

DEGRADO da deficit progettuale/esecutivo o di manutenzione



DURABILITÀ E DEGRADO

Dalle NTC 2018: § 2.4.4 - DURABILITÀ

La struttura deve essere progettata così che il **degrado** nel corso della sua vita nominale **non pregiudichi le sue prestazioni** in termini di **resistenza, stabilità e funzionalità**, portandole al di sotto del livello richiesto dalle norme.

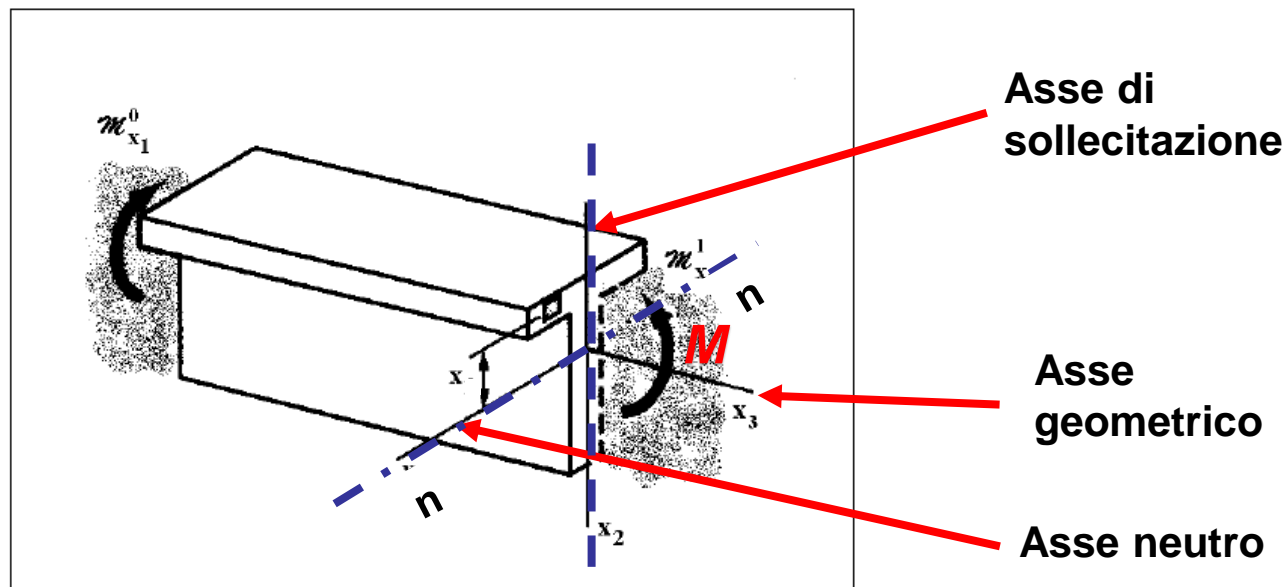
Le **misure di protezione** contro l'eccessivo degrado devono essere stabilite con riferimento alle previste **condizioni ambientali**.

La **protezione** contro l'eccessivo degrado deve essere ottenuta:

- attraverso un'opportuna scelta dei **dettagli**, dei **materiali** e delle **dimensioni strutturali**
- con l'eventuale applicazione di **sostanze o ricoprimenti protettivi**
- nonché con l'adozione di altre **misure di protezione attiva o passiva**.

FLESSIONE SEMPLICE: richiami di Scienza delle Costruzioni

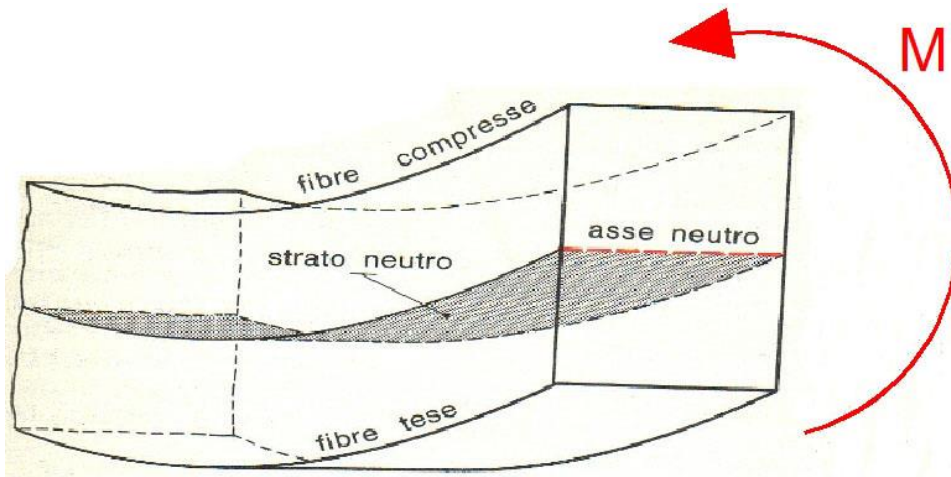
Il solido di De S. Venant è sollecitato a **flessione semplice** quando in ogni sezione la risultante delle forze esterne si riduce ad una **coppia M** giacente in un piano che contiene l'asse geometrico del solido.



Asse neutro (n-n)

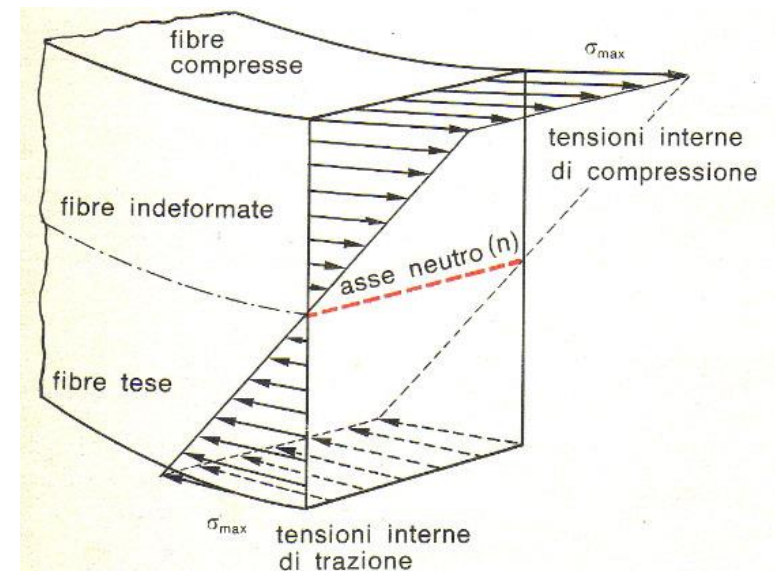
- E' il luogo dei punti non sollecitati (tensioni nulle).
- È baricentrico e coniugato rispetto all'asse di sollecitazione.
- Divide la sezione in due parti: una **tesa** e una **compressa**.

FLESSIONE SEMPLICE: richiami di Scienza delle Costruzioni



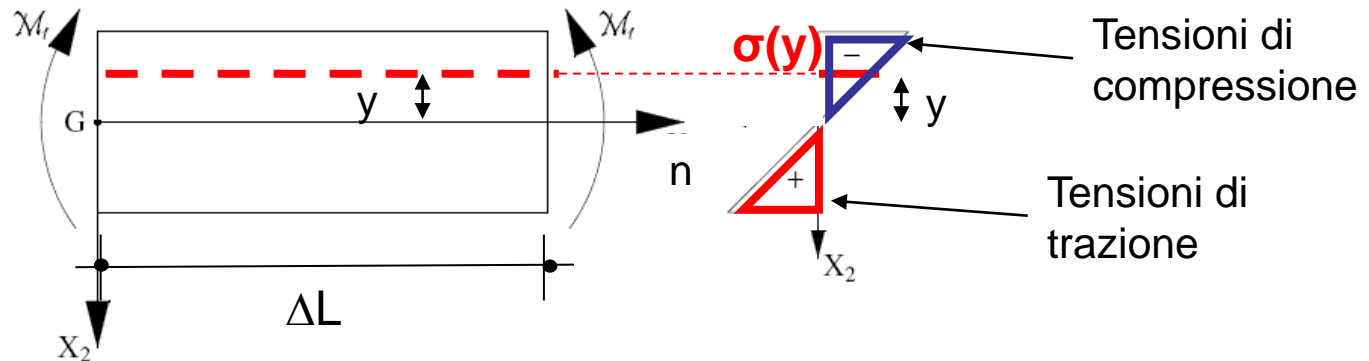
Trave con sezione rettangolare sollecitata da una coppia (M)

Nella trave nascono delle tensioni unitarie di trazione e compressione, idealmente separate da uno strato di fibre detto "asse neutro" (n) che non subisce alcun allungamento o accorciamento



FLESSIONE SEMPLICE: richiami di Scienza delle Costruzioni

Vista laterale di un tratto di trave di lunghezza ΔL



Il momento è definito positivo ($M+$) se tende le fibre inferiori della sezione; è negativo ($M-$) se risultano tese le fibre superiori

Formula di Navier: le tensioni (normali, σ) agenti nella generica fibra, distante y dall'asse neutro, sono pari a:

$$\sigma(y) = \frac{M}{I} y$$

dove:

I è il momento di inerzia rispetto all'asse neutro (e baricentrico) $n-n$ della sezione

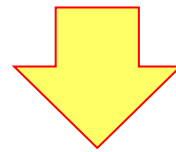
y è la distanza della generica fibra dall'asse neutro

M è il momento sollecitante

L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI

Le verifiche di sicurezza delle sezioni/travi in c.a. per gli SLE sono eseguite assumendo le seguenti ipotesi:

1. conservazione delle sezioni piane
2. resistenza nulla del calcestruzzo teso (*)
3. comportamento elastico lineare dei materiali
4. perfetta aderenza tra acciaio e calcestruzzo

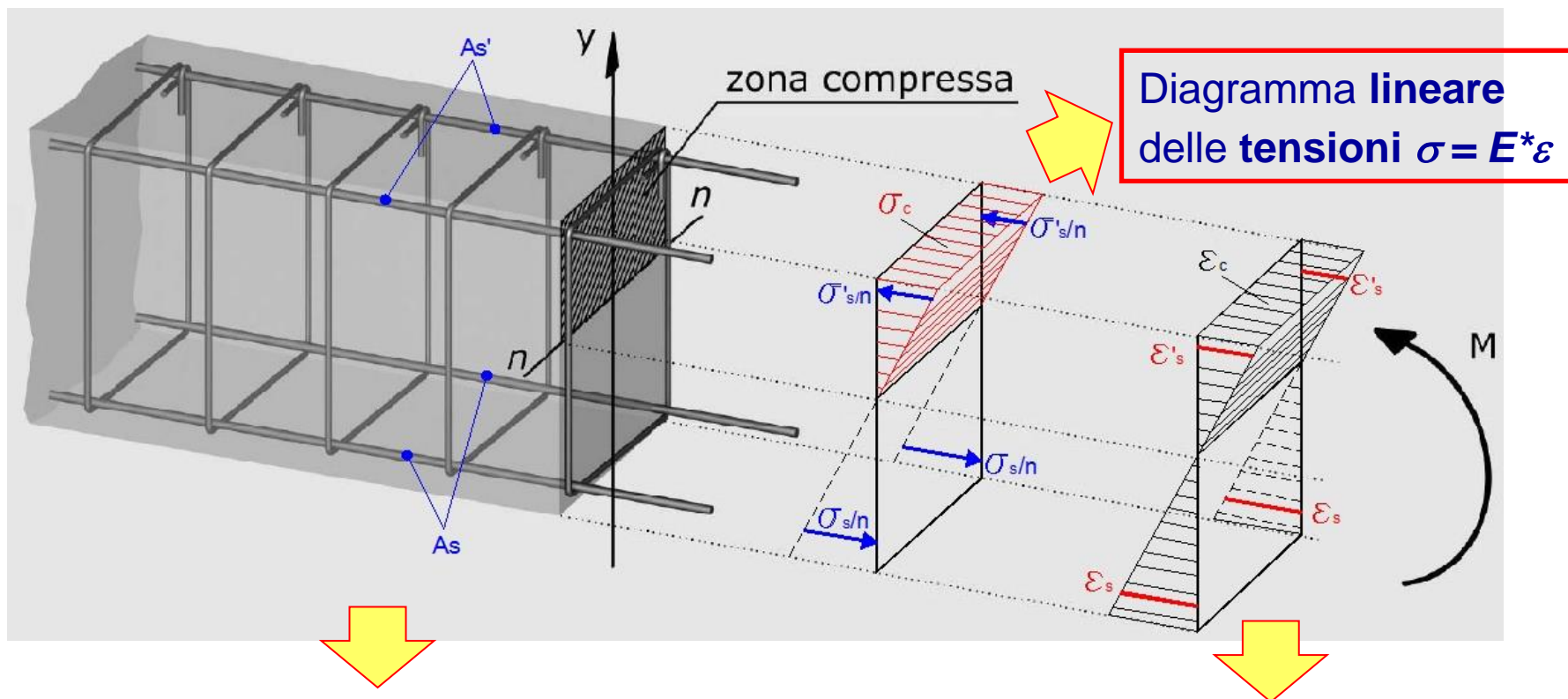


ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI

(*) L'ipotesi di resistenza a trazione nulla viene rimossa per lo SLE di *formazione delle fessure*, in cui si considera anche il contributo del cls teso

L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione nelle travi in c.a.**

Trave in c.a. con sezione rettangolare

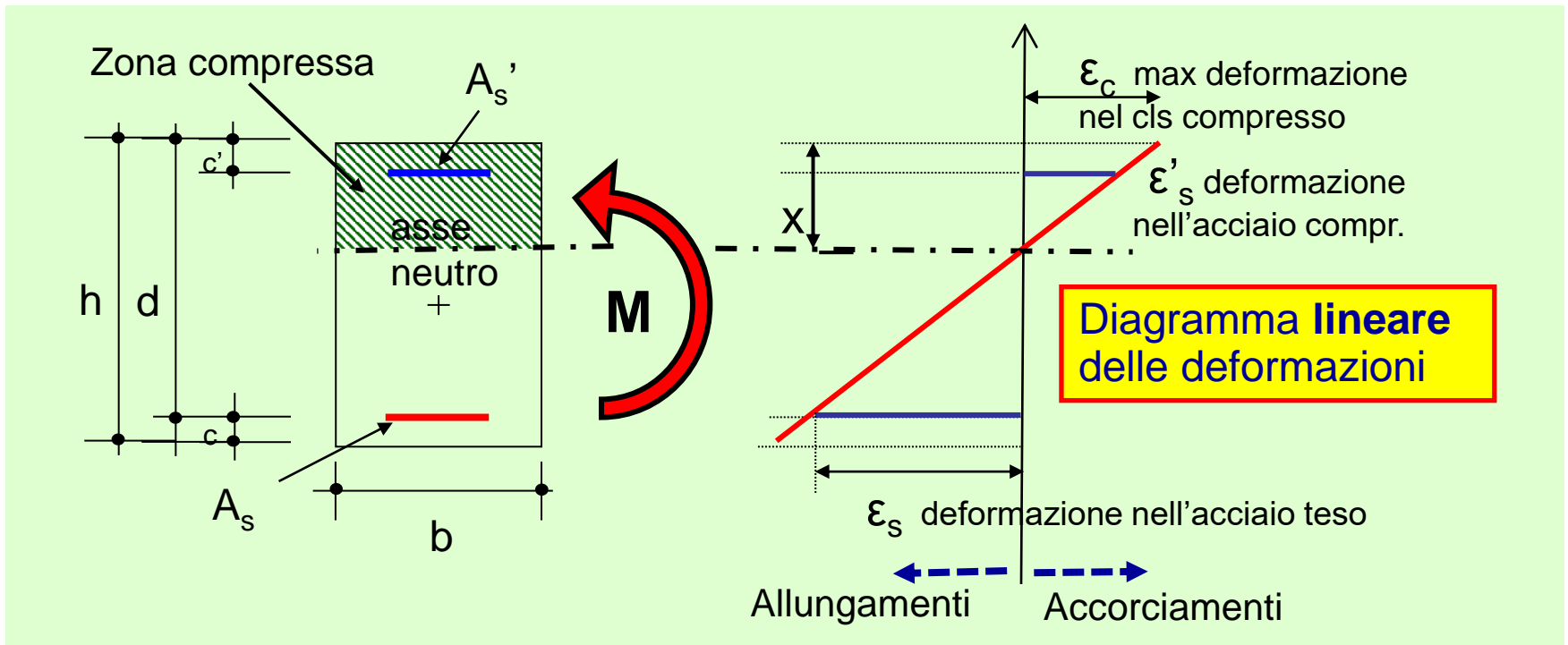


Trave in c.a. con armatura superiore compressa (A_s') e armatura inferiore tesa (A_s)

Diagramma lineare delle deformazioni

L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione**

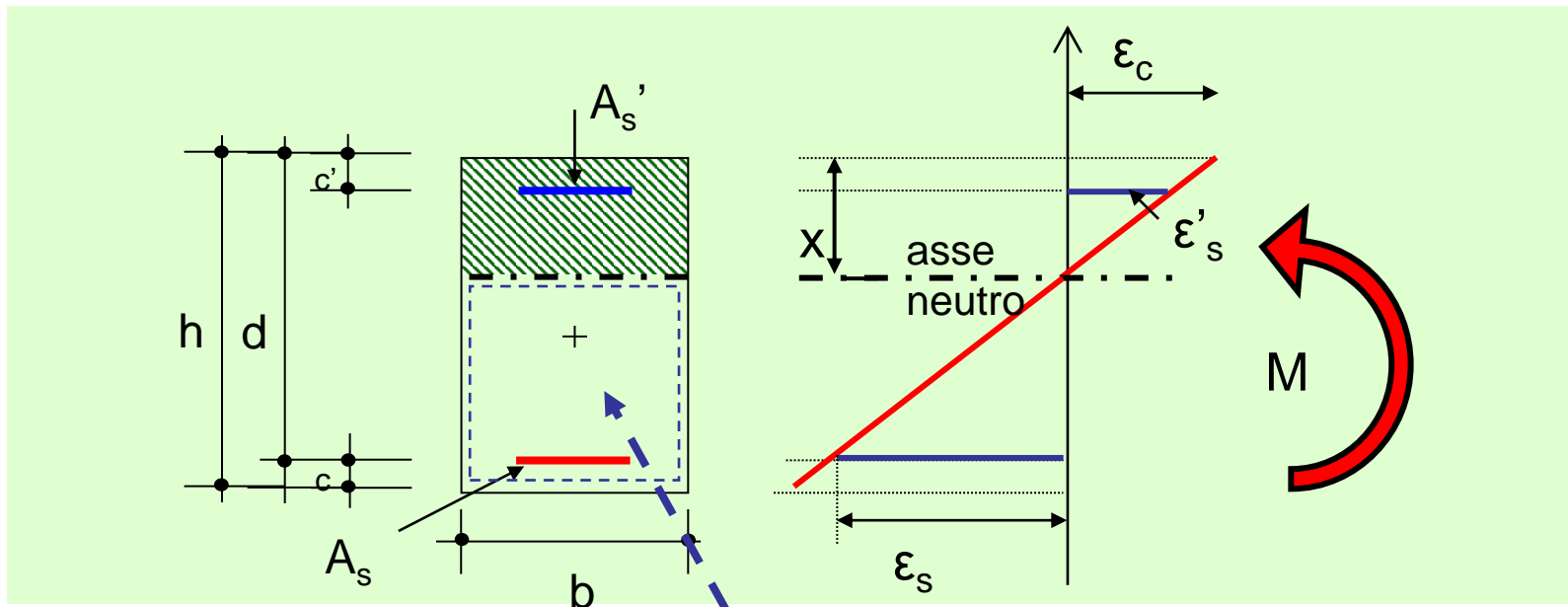
1) Dall'ipotesi di **conservazione delle sezioni piane** si ha che il **diagramma delle deformazioni nella sezione è lineare**:



A_s' armatura superiore (compressa), A_s armatura inferiore (tesa)

L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione**

2) Dall'ipotesi di **resistenza nulla del cls teso** si ha che la parte di sezione di cls soggetta a deformazioni di trazione è considerata **non reagente**:

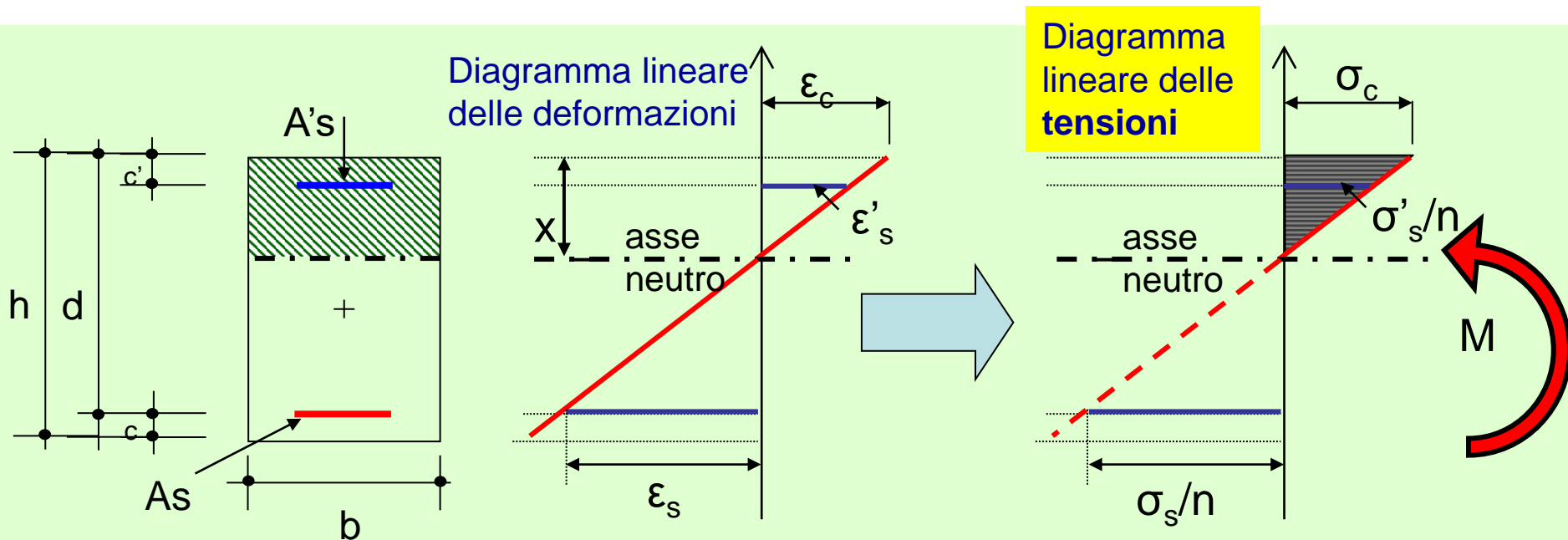


**Parte di sezione di cls teso considerata
NON reagente: area = $b(h-x)$**

L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione**

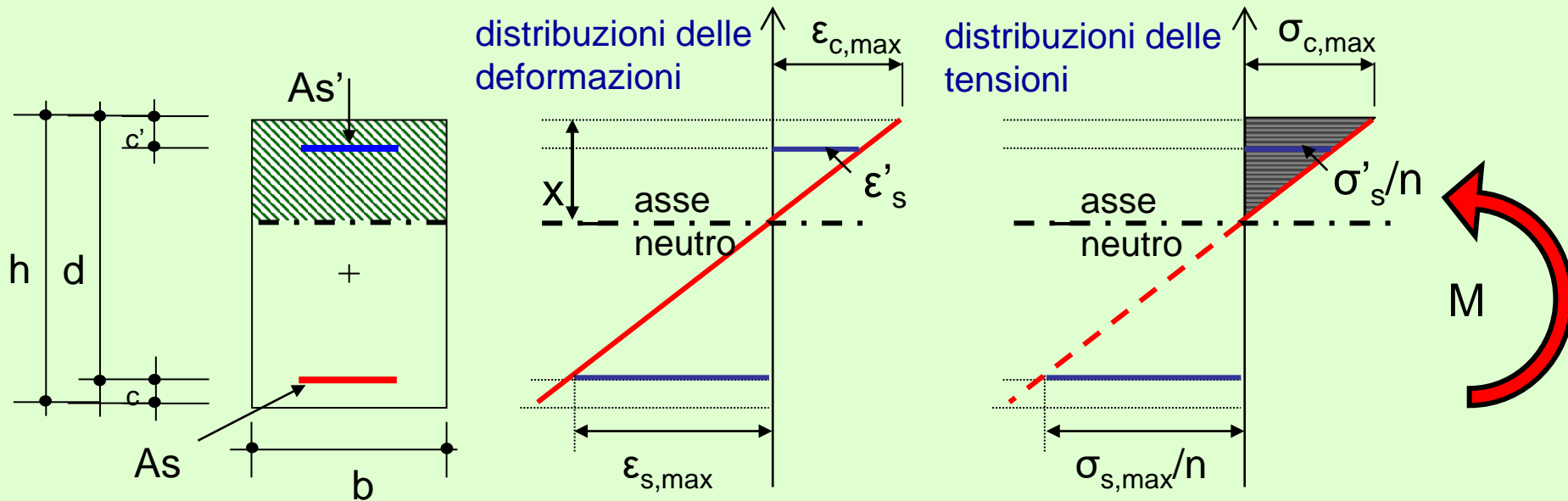
3) Dall'ipotesi di **comportamento elastico-lineare** dei materiali si ha che (anche) il **diagramma delle tensioni del CLS** è lineare

$$\text{Legge di Hooke} \rightarrow \sigma = E \varepsilon$$



L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione**

4) Dall'ip. di **perfetta aderenza** tra acciaio e CLS si ha: $\varepsilon_s = \varepsilon_c$



$$\varepsilon_s = \varepsilon_c \rightarrow \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{\sigma_c}{E_c} \rightarrow \sigma_s = \frac{E_s}{E_c} \cdot \sigma_c \rightarrow \sigma_s = n \cdot \sigma_c$$

$n = E_s/E_c$ è definito coefficiente di omogeneizzazione

L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione**

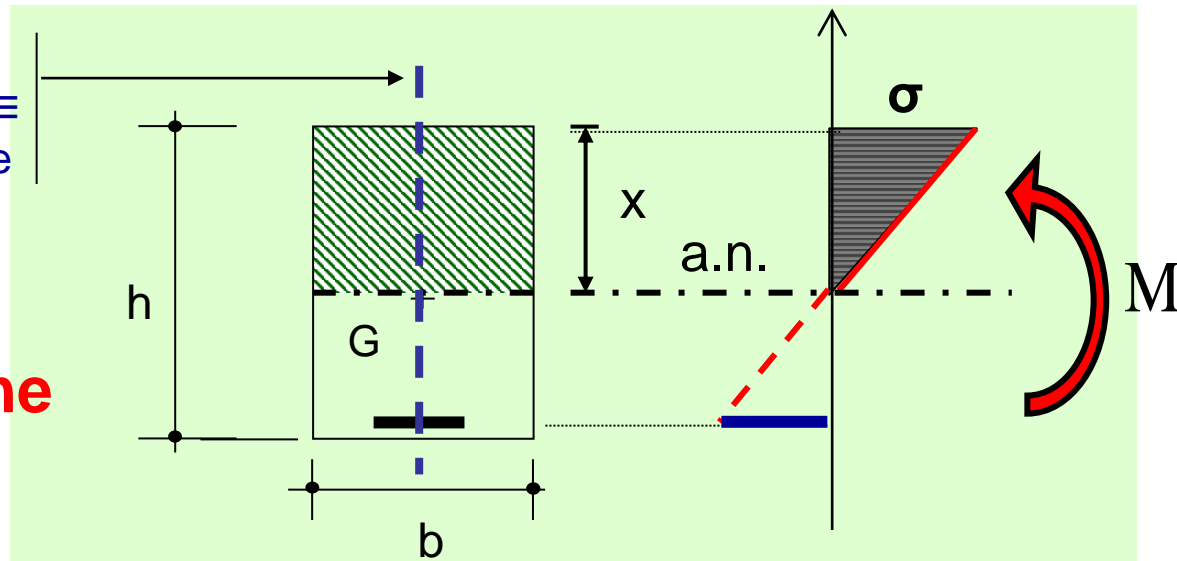
1) **FLESSIONE SEMPLICE** (retta o deviata): la risultante delle forze esterne è una coppia di momento M giacente in un piano contenente l'asse geometrico del solido.

La flessione è retta se l'asse di sollecitazione coincide con uno degli assi principali di inerzia.

Asse di sollecitazione \equiv asse principale di inerzia



Flessione retta

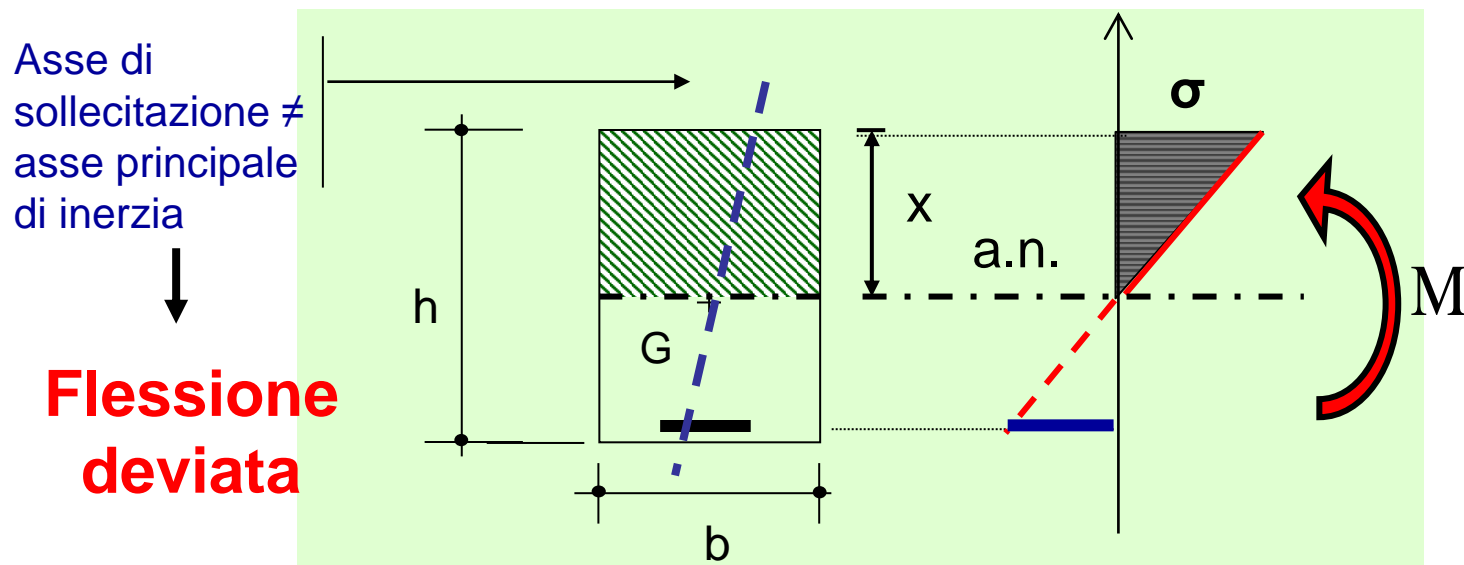


- Gli **assi principali di inerzia** sono **baricentrici** e **ortogonali** tra loro.
- Se una figura presenta due **assi di simmetria** questi coincidono con gli assi principali di inerzia.
- Per essi il **momento di inerzia** assume il **valore massimo e minimo** fra tutti gli assi baricentrici

L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione**

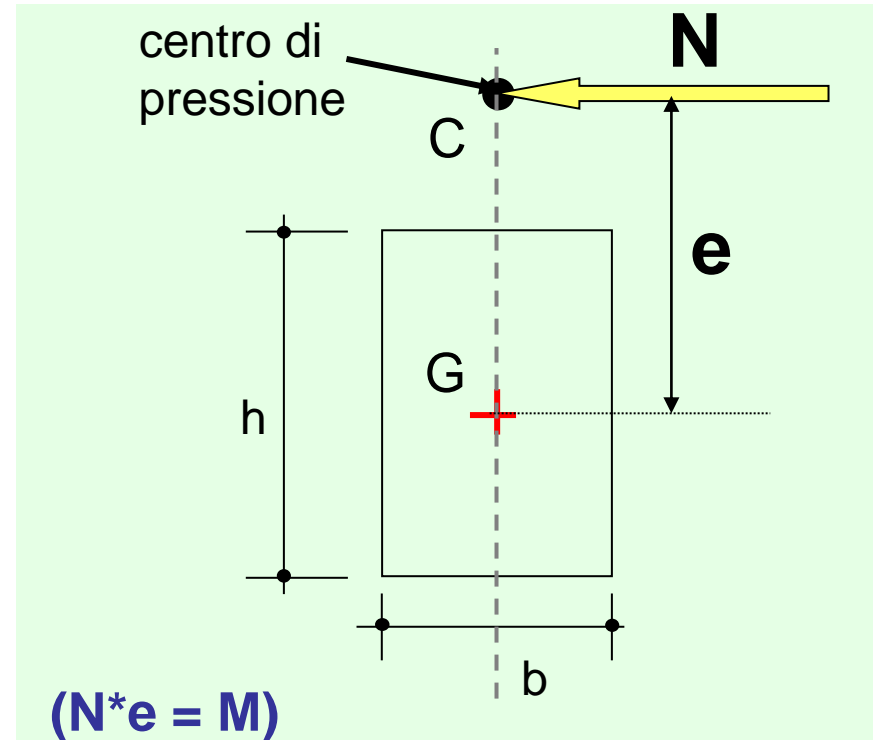
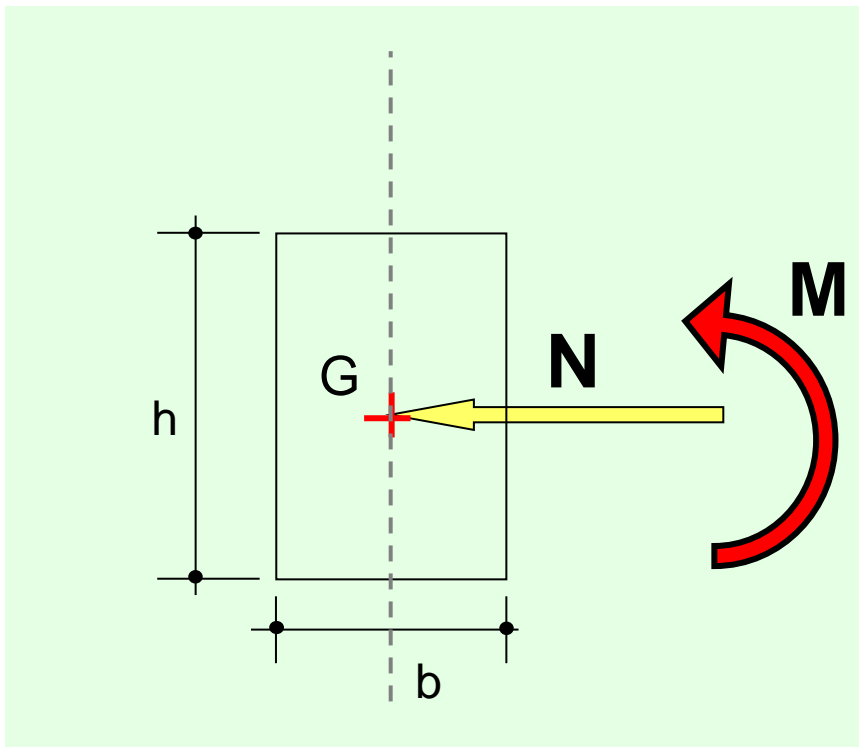
1) **FLESSIONE SEMPLICE** (retta o deviata): la risultante delle forze esterne è una coppia di momento M giacente in un piano contenente l'asse geometrico del solido.

La flessione è deviata se l'asse di sollecitazione NON coincide con uno degli assi principali di inerzia.



L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione**

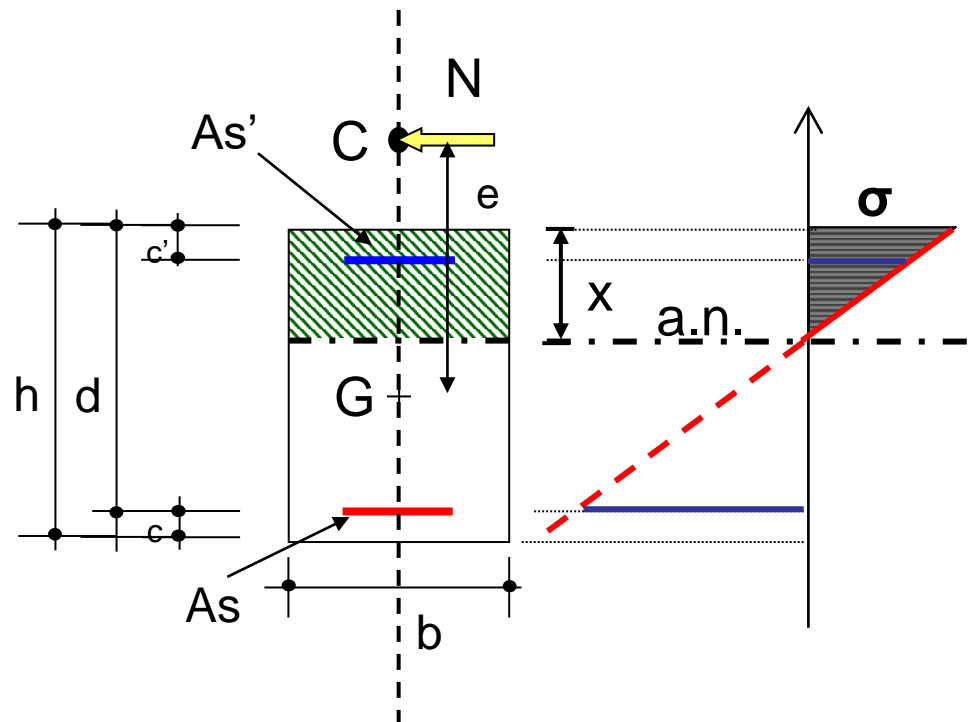
2) **FLESSIONE COMPOSTA**: le forze esterne sono costituite da una forza normale alla sezione **N** e una coppia di momento **M**, ovvero da una forza **N applicata in un punto C** (centro di pressione) **distante dal baricentro geometrico della sezione G** della quantità **$e = M / N$**



L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione**

2.a) **Flessione composta con grande eccentricità:**

- Centro di pressione C esterno alla sezione
- La flessione composta è caratterizzata da un **asse neutro interno alla sezione** che risulta parzializzata con presenza di cls compresso e di acciaio teso.

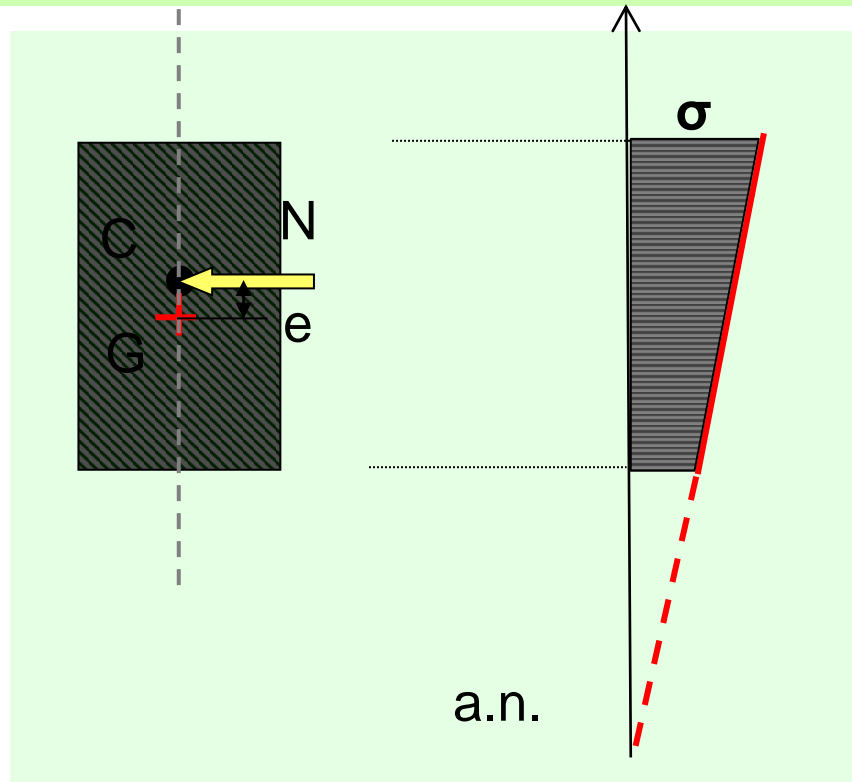


L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione**

2.b) **Flessione composta con piccola eccentricità**

- Centro di pressione C interno alla sezione

La sezione è caratterizzata da un **asse neutro esterno alla sezione** che risulta interamente reagente a compressione (sia area di cls che acciaio) o a trazione (solo area acciaio, cls non reagente)



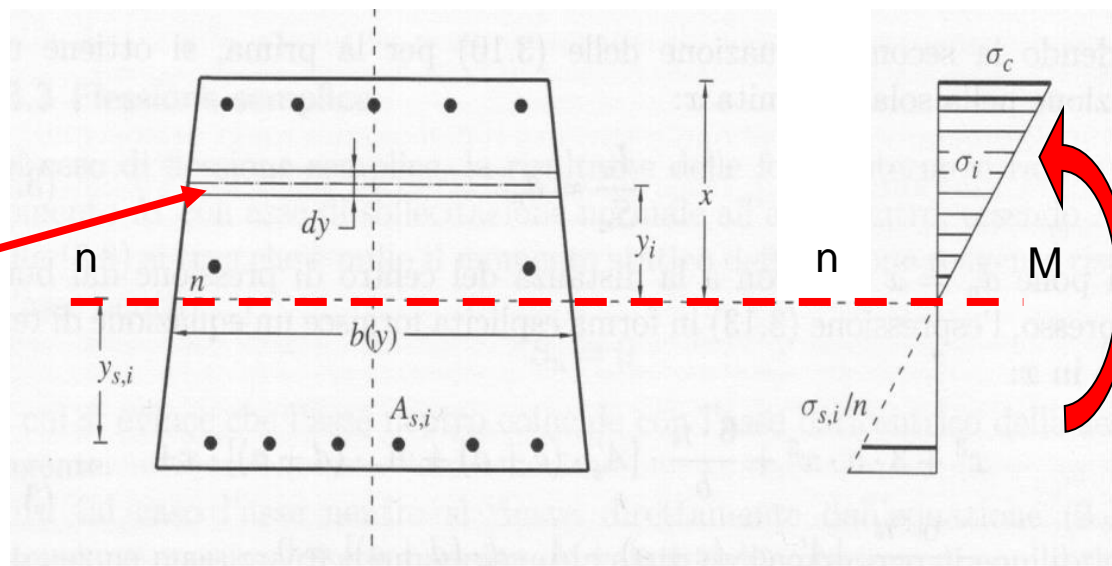
L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione semplice**

Il caso di flessione semplice-retta si ha quando l'asse di sollecitazione coincide con uno degli assi principali di inerzia.

Per l'analisi della sezione si considerano le due **equazioni di equilibrio** alla traslazione e alla rotazione tra azioni esterne e sollecitazioni interne.

L'unica azione esterna applicata alla sezione è la **coppia flettente M**.

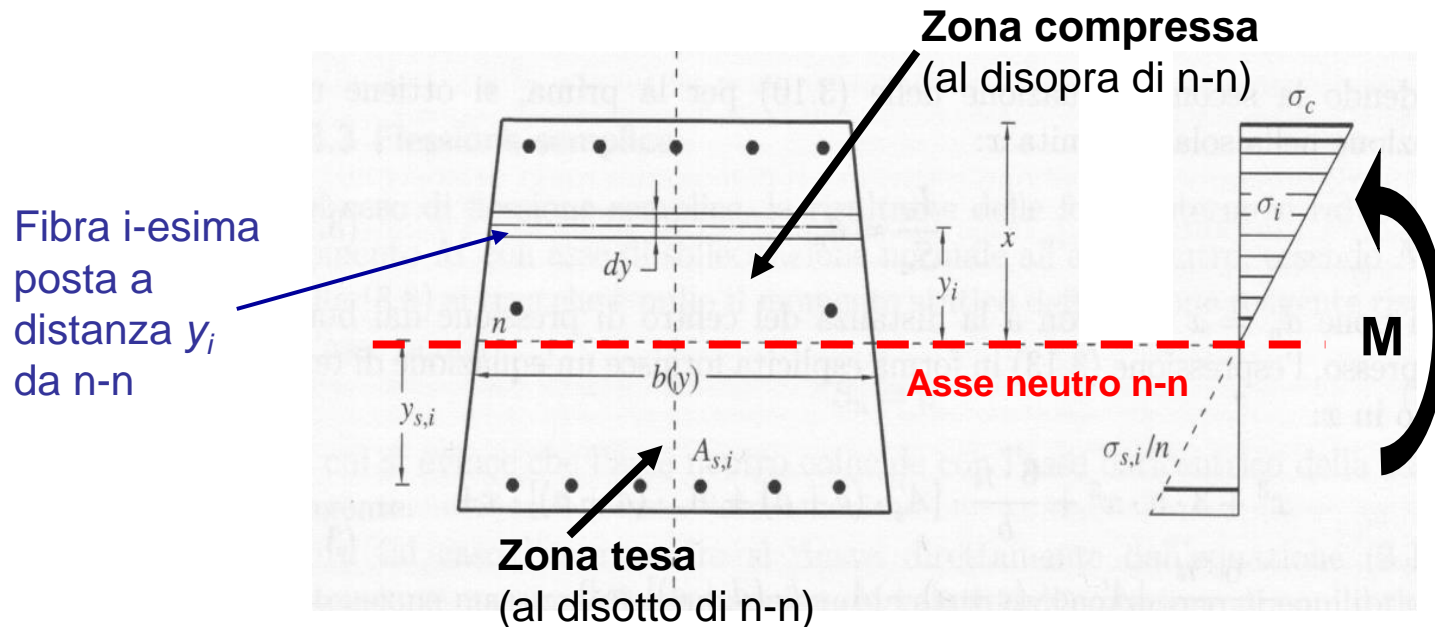
Fibra i-esima
posta a
distanza y_i
dall'asse
neutro n-n



L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione semplice**

Equazione di equilibrio alla **TRASLAZIONE** (lungo l'asse della trave)

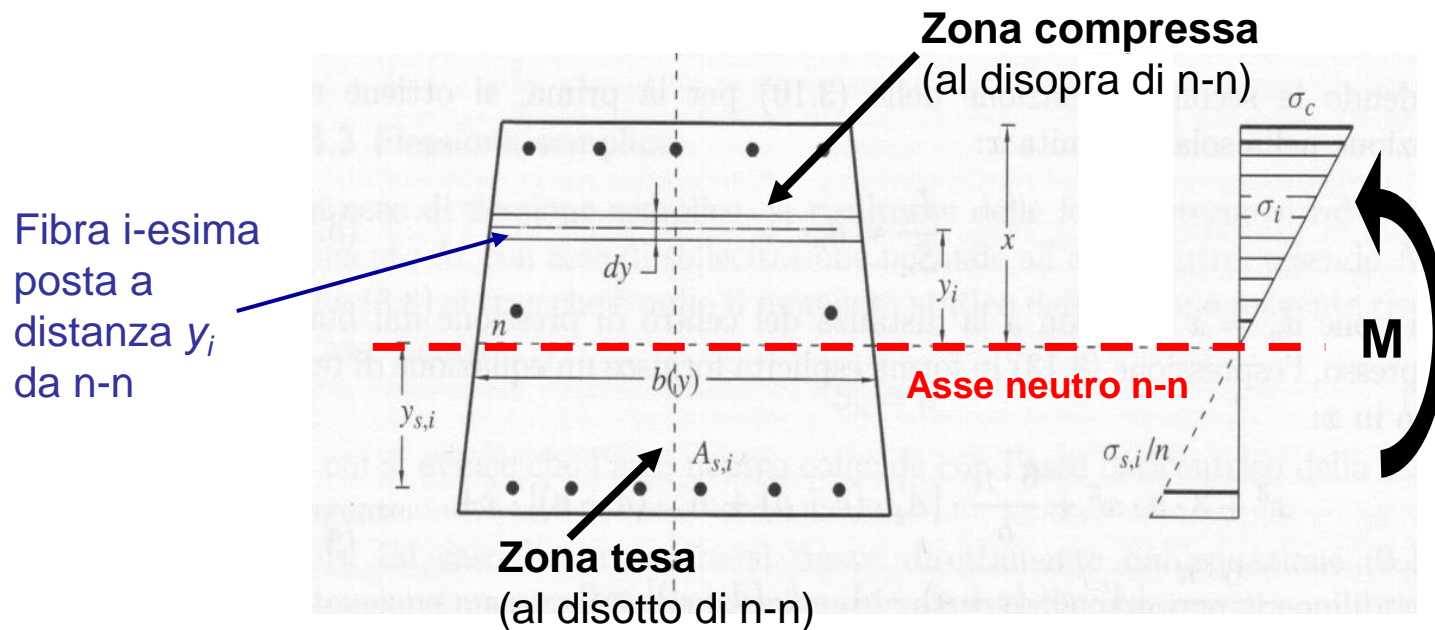
$$\int_0^x b(y) \cdot \sigma_i \cdot dy + \sum_{i=1}^k A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} = 0$$



L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione semplice**

Equazione di equilibrio alla **ROTAZIONE** (intorno all'asse neutro n-n)

$$\int_0^x b(y) \cdot \sigma_i \cdot y_i \cdot dy + \sum_{i=1}^k A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \cdot y_{s,i} = M$$



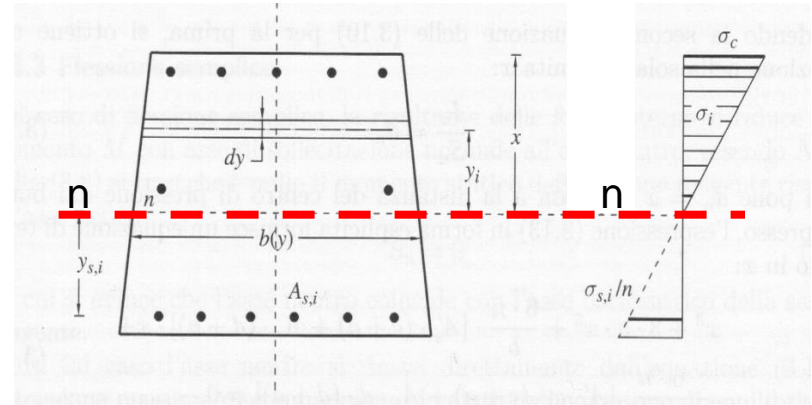
L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione semplice**

Ricordando che dalle ipotesi iniziali si ha:

$$\sigma_i = \frac{\sigma_c}{X} \cdot y_i$$

$$\sigma_{s,i} = n \cdot \frac{\sigma_c}{X} \cdot y_{s,i}$$

sostituite nella **equazione di equilibrio alla traslazione**



$$\int_0^X b(y) \cdot \sigma_i \cdot dy + \sum_{i=1}^k A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} = 0$$

si ottiene

$$\frac{\sigma_c}{X} \left[\int_0^X b(y) \cdot y_i \cdot dy + n \cdot \sum_{i=1}^k A_{s,i} \cdot y_{s,i} \right] = 0$$

Momento statico della sezione reagente rispetto all'asse neutro ($S_n = 0$)

Pertanto l'asse neutro è baricentrico per la sezione reagente

L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione semplice**

Ricordando che dalle ipotesi iniziali si ha:

$$\sigma_i = \frac{\sigma_c}{X} \cdot y_i$$

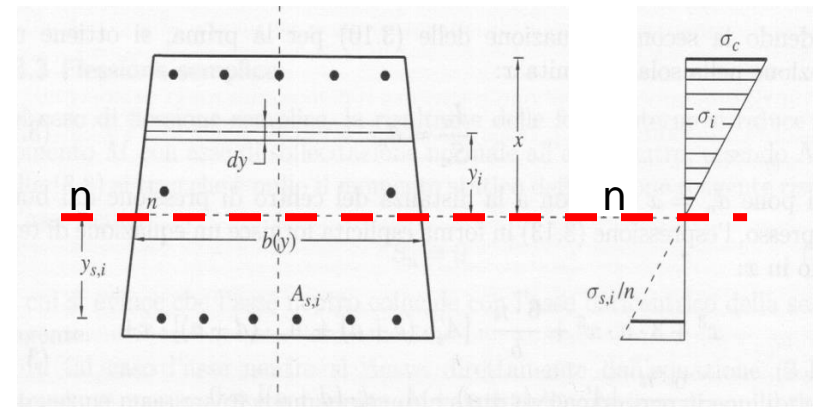
$$\sigma_{s,i} = n \cdot \frac{\sigma_c}{X} \cdot y_{s,i}$$

sostituite nella **equazione di equilibrio alla rotazione**

$$\int_0^x b(y) \cdot \sigma_i \cdot y_i \cdot dy + \sum_{i=1}^k A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \cdot y_{s,i} = M$$

si ottiene

$$\frac{\sigma_c}{x} \cdot \left[\int_0^x b(y) \cdot y_i^2 \cdot dy + n \cdot \sum_{i=1}^k A_{s,i} \cdot y_{s,i}^2 \right] = M$$



$$\frac{\sigma_c}{x} \cdot I_n = M$$

$$\sigma_c = \frac{M}{I_n} X$$

Momento di inerzia della sezione reagente rispetto all'asse neutro I_n

LA FLESSIONE SEMPLICE: Sezione rettangolare

In analogia con l'espressione di Navier si ha:

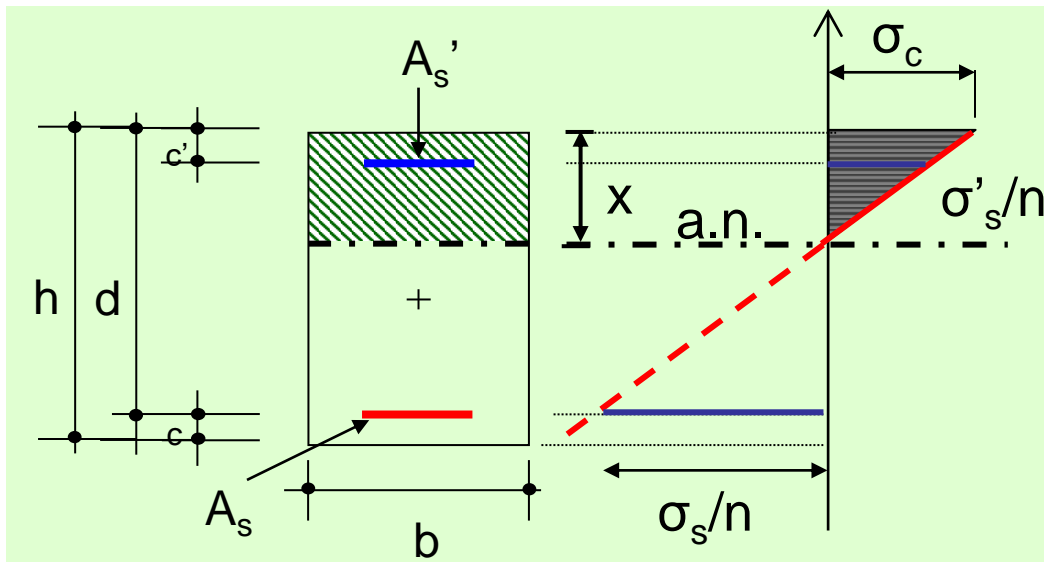
$$\sigma_c = \frac{M}{I_n} X$$

dove:

I_n è il momento di inerzia rispetto alla asse neutro (n) della **sezione reagente omogeneizzata**

X è la distanza dell'asse neutro dal bordo maggiormente compresso

M è il momento sollecitante



LA FLESSIONE SEMPLICE: Sezione rettangolare

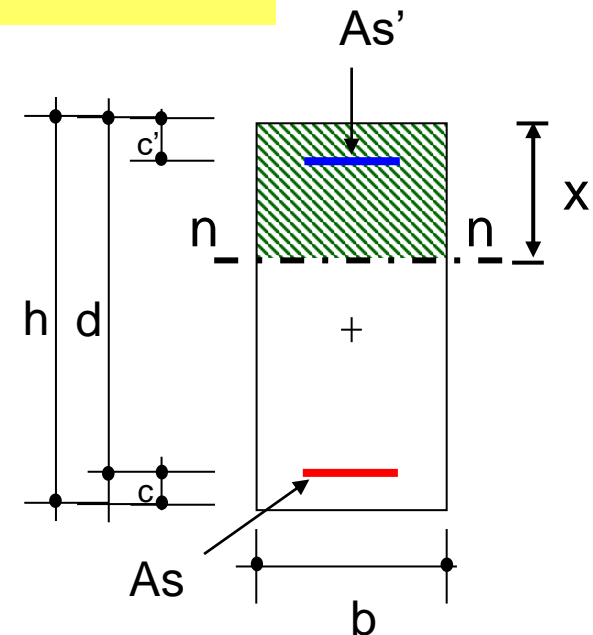
Come si individua la posizione dell'asse neutro nel caso di flessione semplice ?

L'asse neutro (n-n) è baricentrico → il momento statico della sez. reagente è nullo:

$$S_n = 0 \rightarrow \frac{b \cdot x^2}{2} + n \cdot A'_s (x - c') - n \cdot A_s \cdot (d - x) = 0$$

$$x = \frac{n(A_s + A'_s)}{b} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2b(A_s d + A'_s c')}{n(A_s + A'_s)}} \right]$$

- c', c copriferro armatura compressa, tesa;
- x distanza asse neutro dal lembo compresso;
- n coefficiente di omogeneizzazione;
- b, h base e altezza della sezione;
- A'_s, A_s q.tà di armatura compressa e tesa;
- d altezza utile della sezione



LA FLESSIONE SEMPLICE: Sezione rettangolare

Quanto vale il momento di inerzia della sezione reagente (I_n) calcolato rispetto all'asse neutro n-n ?

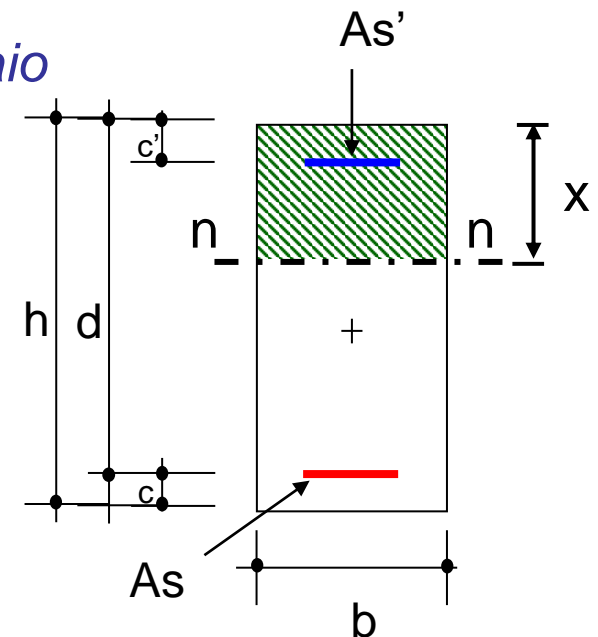
$$I_n = \frac{b \cdot x^3}{3} + n \cdot A'_s (x - c')^2 + n \cdot A_s \cdot (d - x)^2$$

*Termine cls
compresso*

*Termine acciaio
compresso*

*Termine acciaio
teso*

c', c copriferro armatura compressa, tesa;
 x distanza asse neutro dal lembo compresso;
 n coefficiente di omogeneizzazione;
 b, h base e altezza della sezione;
 A'_s, A_s q.tà di armatura compressa e tesa;
 d altezza utile della sezione



LA FLESSIONE SEMPLICE: Sezione rettangolare

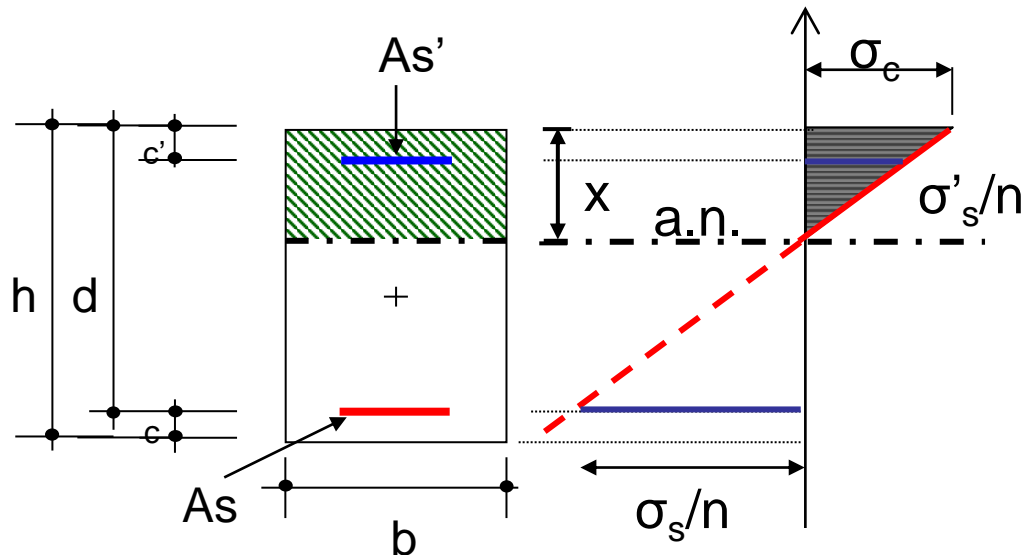
Le tensioni nell'armatura tesa e compressa possono essere valutate anche sfruttando la **similitudine dei triangoli** nel diagramma delle tensioni (considerando le ipotesi di conservazione delle sezioni piane e di comportamento elastico lineare dei materiali)

$$\sigma_s = n\sigma_c \frac{d - x}{x}$$

Tensione armatura tesa

$$\sigma'_s = n\sigma_c \frac{x - c'}{x}$$

Tensione armatura compressa



LA FLESSIONE SEMPLICE: Sezione rettangolare

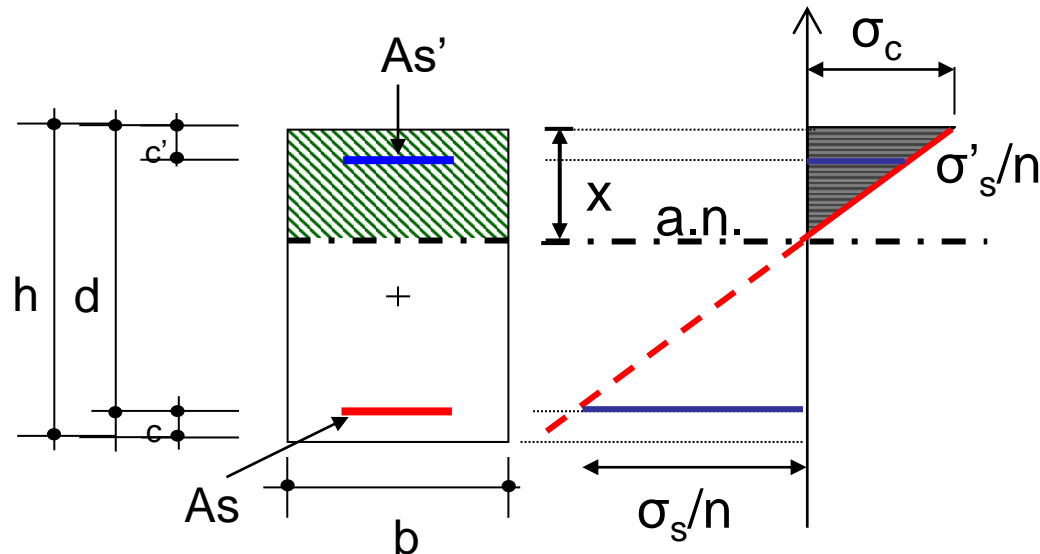
La tensione nell'armatura (tesa e compressa) può essere valutata a partire dall'espressione di Navier (moltiplicata per n)

$$\sigma_s = n \frac{M}{I_n} (d - x)$$

Tensione armatura tesa

$$\sigma'_s = n \frac{M}{I_n} (x - c')$$

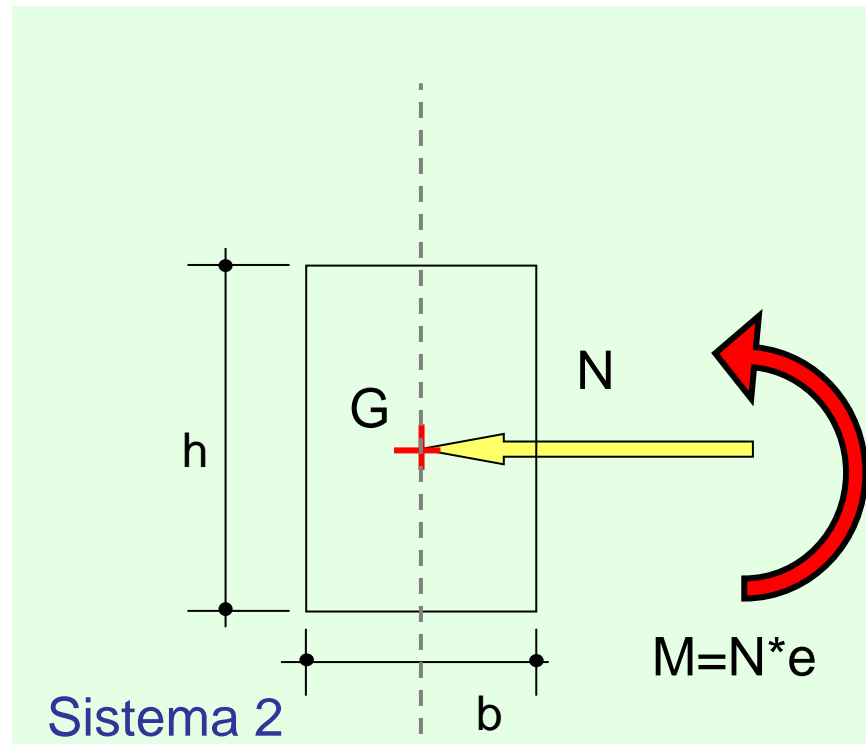
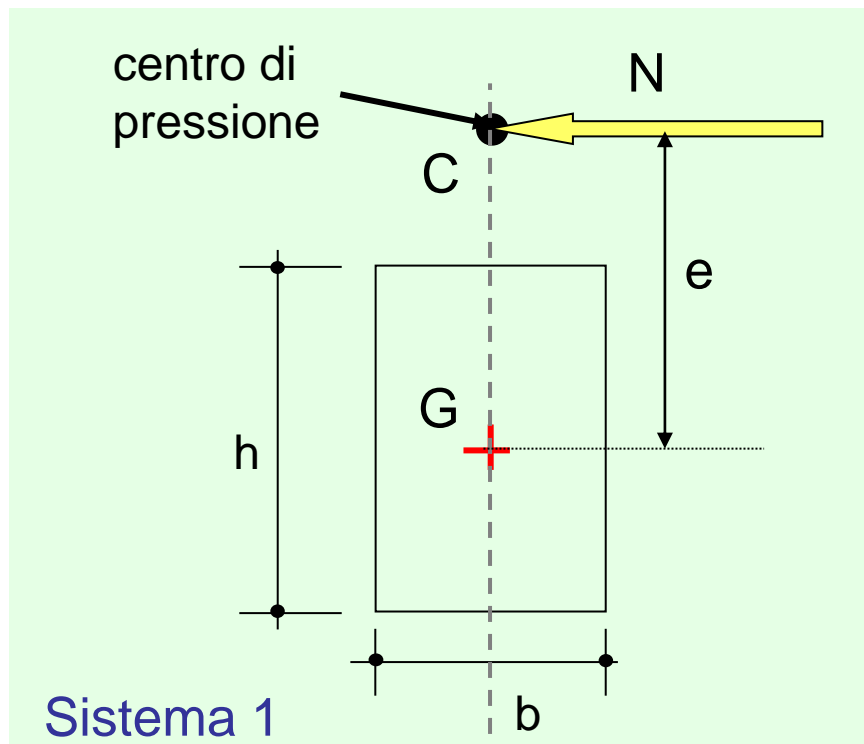
Tensione armatura compressa



LA FLESSIONE **COMPOSTA**: Sezione rettangolare

Sistemi di forze staticamente equivalenti

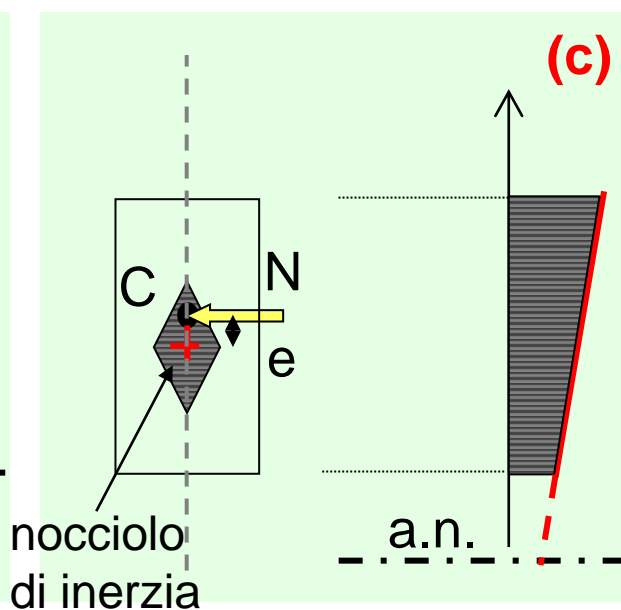
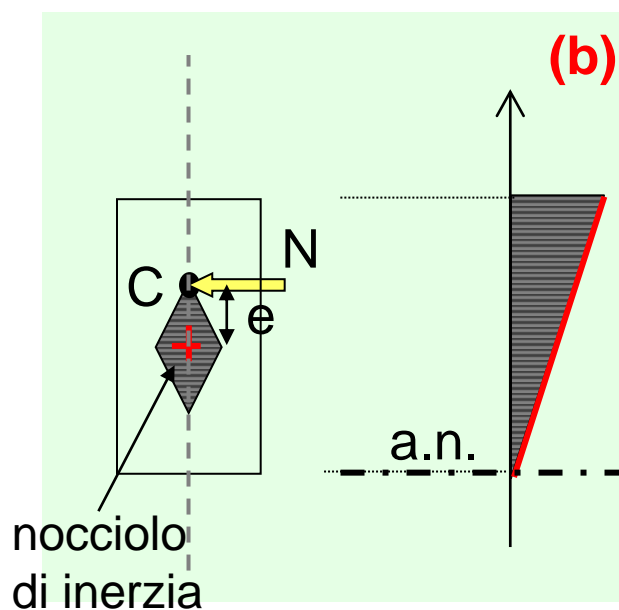
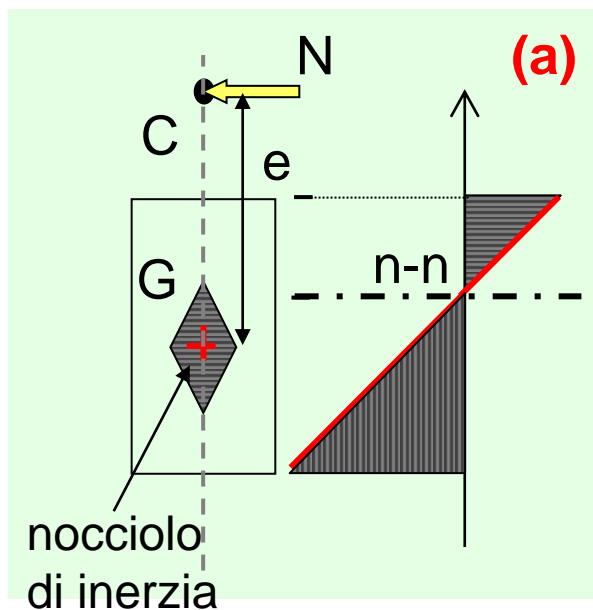
- Il punto di applicazione della forza risultante **N** è definito *centro di pressione C*.
- Si definisce *eccentricità e* il rapporto tra il momento flettente **M** e lo sforzo normale **N**



LA FLESSIONE **COMPOSTA**: Sezione rettangolare

Si definisce **nocciolo di inerzia** l'insieme dei centri di pressione C per i quali l'asse neutro associato è esterno alla sezione

In funzione della posizione di C rispetto al nocciolo di inerzia, l'**asse neutro** può essere: **(a) interno** alla sezione, o **(c) esterno**. Se C è posto sul vertice del nocciolo di inerzia l'asse neutro è **(b) sul bordo della sezione**.



LA FLESSIONE **COMPOSTA**: Sezione rettangolare

La flessione *retta* composta è definita con **piccola o grande eccentricità**:

- piccola eccentricità \rightarrow C interno al nocciolo di inerzia $\rightarrow e \leq \rho_s, \rho_i$
- grande eccentricità \rightarrow C esterno al nocciolo di inerzia $\rightarrow e > \rho_s, \rho_i$

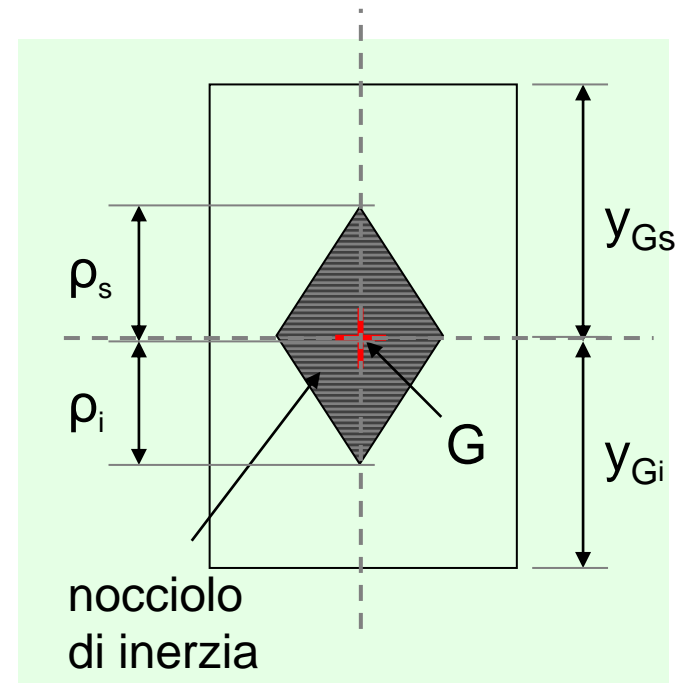
ρ_i e ρ_s sono le distanze dai vertici inferiore e superiore del **nocciolo di inerzia** dal baricentro della sezione.

Sono pari al rapporto del quadrato del **raggio giratore di inerzia** ρ - dato dal rapporto tra il momento di inerzia rispetto al baricentro (I_n) e l'area della sezione (A) - e le **distanze** $y_{G,i}$ e $y_{G,s}$ dei bordi della sezione dal baricentro G

$$\rho_s = \frac{\rho^2}{y_{Gs}}$$

$$\rho_i = \frac{\rho^2}{y_{Gi}}$$

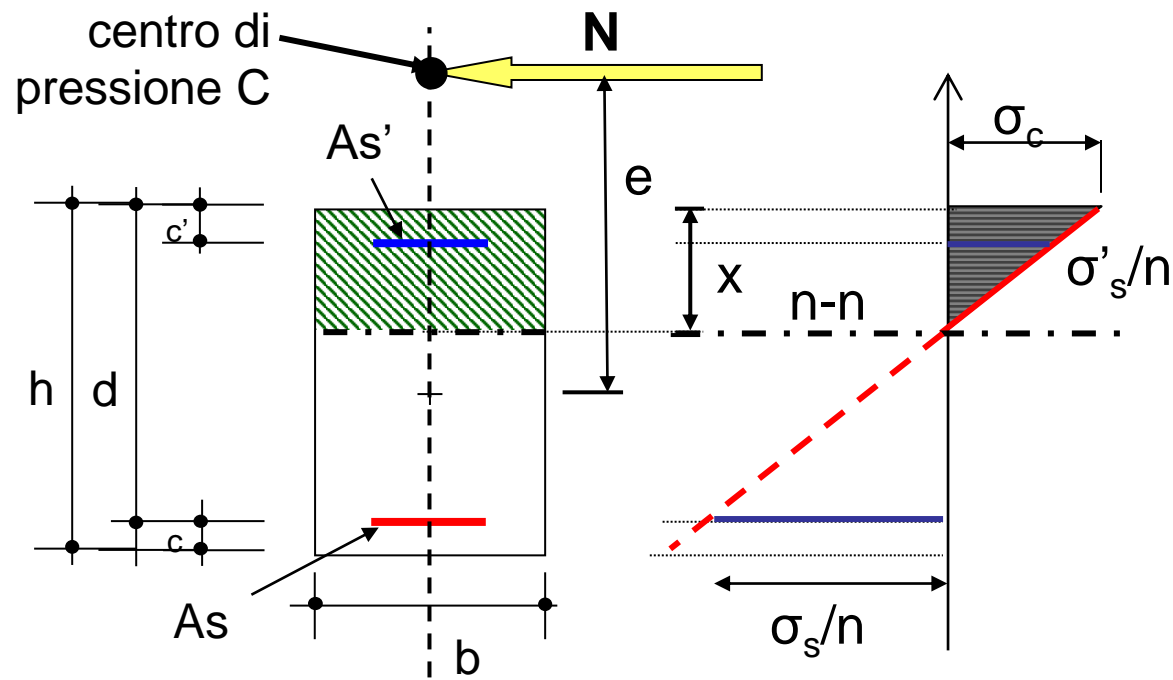
dove $\rho^2 = \frac{I_n}{A}$ è il quadrato del raggio giratore di inerzia



LA FLESSIONE COMPOSTA: Sezione rettangolare

Distribuzioni delle tensioni in caso di flessione composta con grande eccentricità ($e > p_{i,s}$):

- Centro di pressione esterno al nocciolo di inerzia
- Asse neutro interno alla sezione
- Sezione parzializzata



L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione composta**

Analisi di sezioni nel caso di sforzo normale con grande eccentricità.

Equazioni di equilibrio:

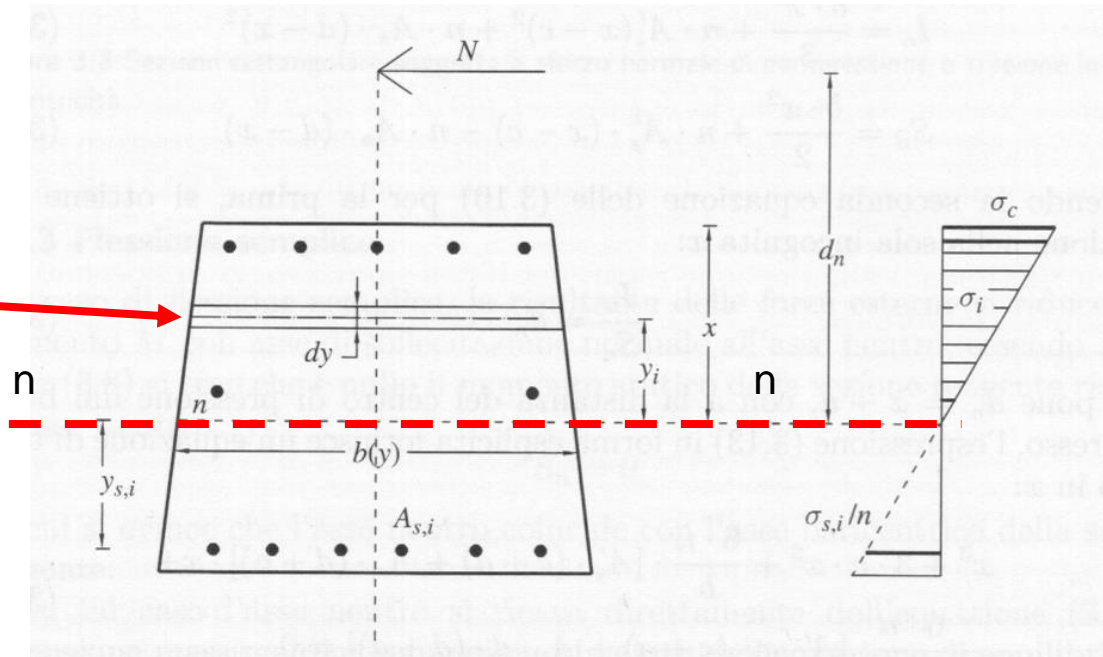
$$\int_0^x b(y) \cdot \sigma_i \cdot dy + \sum_{i=1}^k A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} = N$$

Equazione di equilibrio alla traslazione

$$\int_0^x b(y) \cdot \sigma_i \cdot y_i \cdot dy + \sum_{i=1}^k A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \cdot y_{s,i} = N \cdot d_n$$

Equazione di equilibrio alla rotazione (rispetto a n-n)

Fibra i-esima
posta a
distanza y_i
da n-n



L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione composta**

Ricordando che dalle ipotesi iniziali si ha:

$$\sigma_i = \frac{\sigma_c}{x} \cdot y_i$$

$$\sigma_{s,i} = n \cdot \frac{\sigma_c}{x} \cdot y_{s,i}$$

sostituendo nelle equazioni di equilibrio:

$$\int_0^x b(y) \cdot \sigma_i \cdot dy + \sum_{i=1}^k A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} = N$$

$$\int_0^x b(y) \cdot \sigma_i \cdot y_i \cdot dy + \sum_{i=1}^k A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \cdot y_{s,i} = N \cdot d_n$$

si ottiene

$$\frac{\sigma_c}{x} \cdot \left[\int_0^x b(y) \cdot y_i \cdot dy + n \cdot \sum_{i=1}^k A_{s,i} \cdot y_{s,i} \right] = N$$

Momento statico della sezione reagente rispetto all'asse neutro $S_n \neq 0$

$$\frac{\sigma_c}{x} \cdot \left[\int_0^x b(y) \cdot y_i^2 \cdot dy + n \cdot \sum_{i=1}^k A_{s,i} \cdot y_{s,i}^2 \right] = N \cdot d_n$$

Momento di inerzia della sezione reagente rispetto all'asse neutro

L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione composta**

Dalle equazioni di equilibrio si ottiene:

Eq. traslazione $\sigma_c = \frac{N}{S_n} \cdot x$

Eq. rotazione $\sigma_c = \frac{N \cdot d_n}{I_n} \cdot x$

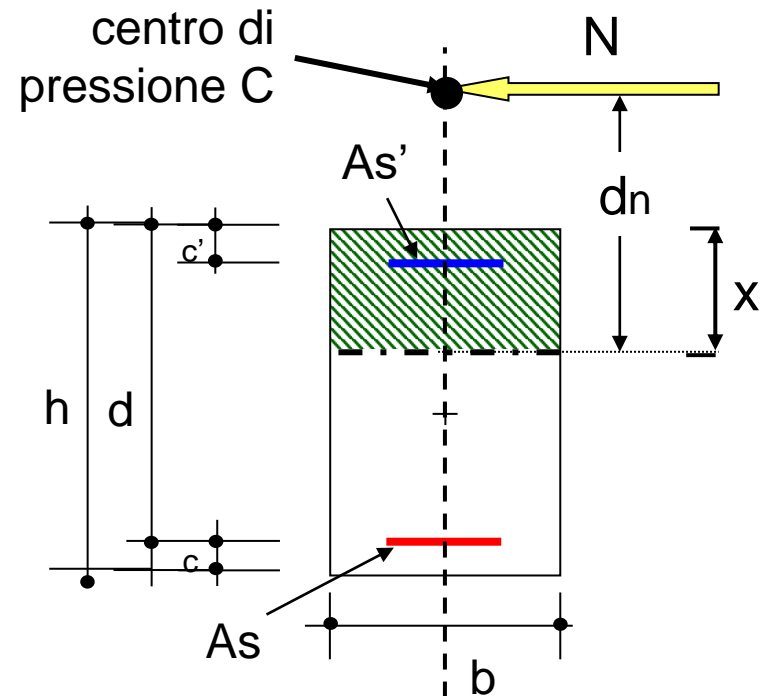
Per una sezione rettangolare con armatura superiore A'_s e inferiore A_s si ha:

$$S_n = \frac{b \cdot x^2}{2} + n \cdot A'_s \cdot (x - c') - n \cdot A_s \cdot (d - x)$$

Momento statico della sezione resistente rispetto all'asse neutro (non baricentrico)

$$I_n = \frac{b \cdot x^3}{3} + n \cdot A'_s \cdot (x - c')^2 + n \cdot A_s \cdot (d - x)^2$$

Momento di inerzia della sezione rispetto all'asse neutro



L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione composta**

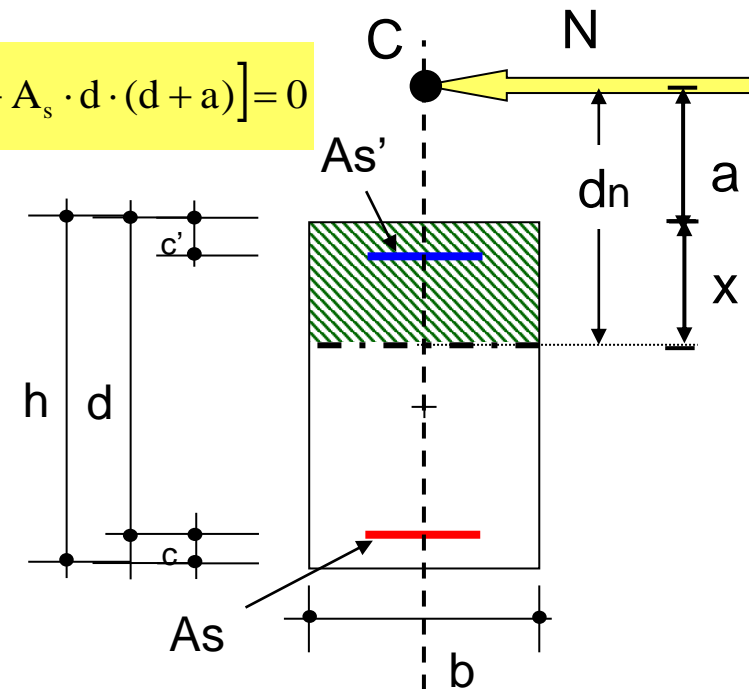
La determinazione della posizione dell'asse neutro si ottiene uguagliando

$$\sigma_c = \frac{N}{S_n} \cdot x \quad \text{con} \quad \sigma_c = \frac{N \cdot d_n}{I_n} \cdot x \quad \Rightarrow \quad d_n = \frac{I_n}{S_n} \quad \Rightarrow \quad d_n \cdot S_n - I_n = 0$$

Ponendo $d_n = x+a$ si ottiene un'equazione di 3° grado in x

$$x^3 + 3ax^2 + \frac{6n}{b} \cdot [A_s' \cdot (c+a) + A_s \cdot (d+a)] \cdot x - \frac{6n}{b} \cdot [A_s' \cdot c \cdot (c+a) + A_s \cdot d \cdot (d+a)] = 0$$

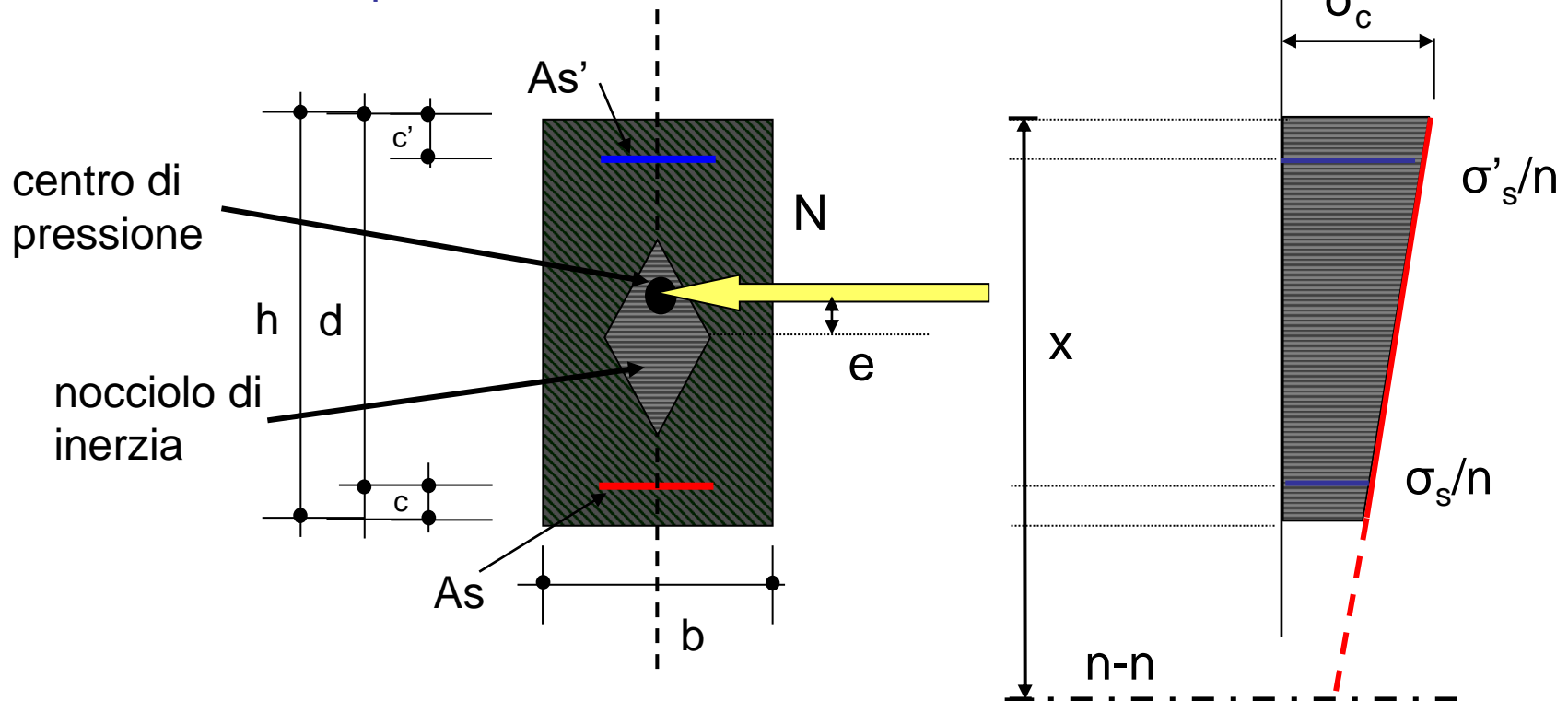
la cui unica soluzione reale fornisce la posizione dell'asse neutro rispetto al bordo compresso



L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione composta**

Distribuzioni delle tensioni in caso di flessione composta con piccola eccentricità ($e \leq p_{i,s}$):

- Centro di pressione interno al nocciolo di inerzia
- Asse neutro esterno alla sezione
- Sezione **NON** parzializzata



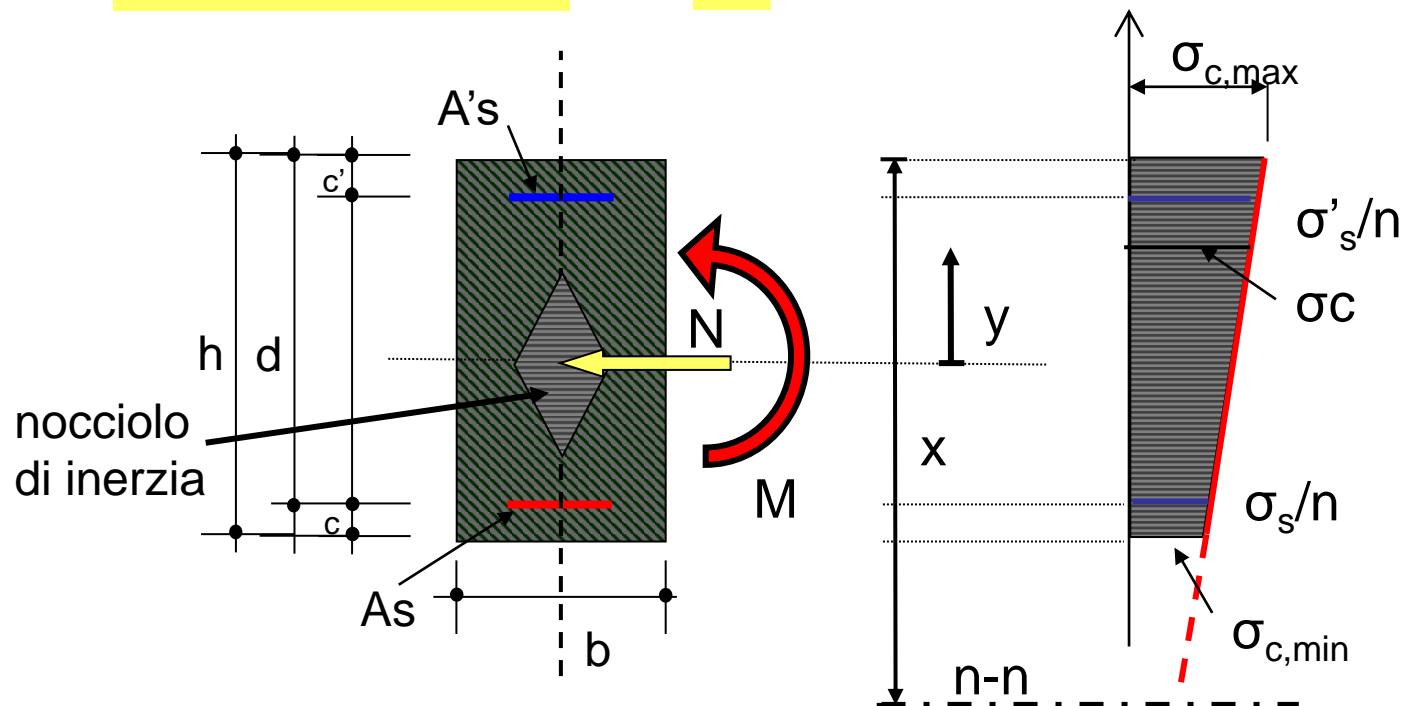
L'ANALISI LINEARE DELLE SEZIONI. **La flessione composta**

Nella generica fibra distante y dall'asse baricentrico il valore delle tensioni per **flessione composta con piccola eccentricità** sono valutate applicando il principio di sovrapposizione degli effetti:

$$\sigma_c = \frac{N}{A_i} \pm \frac{M}{I_n} \cdot y$$

I_n momento di inerzia rispetto al baricentro

A_i area della sezione (cls+acciaio)



Stati Limite di Esercizio **S.L.E.**

Gli Stati Limite di Esercizio per le strutture in c.a. (e c.a.p.) previste dalle norme NTC2018 (§4.1.2.2) sono:

- Controllo della fessurazione
- Limitazione delle tensioni di esercizio
- Limitazione delle deformazioni
- Fatica
- Vibrazione

S.L.E. Controllo della fessurazione

- La presenza di fessure più o meno capillari va considerata come una fisiologica conseguenza delle condizioni di lavoro di acciaio e calcestruzzo che coesistono nella struttura, e non deve automaticamente dar luogo a valutazioni negative circa la qualità dei getti e l'esecuzione delle opere.
- Un quadro fessurativo che non sia indice di una situazione patologica di dissesto è da ritenersi indicatore del livello di collaborazione strutturale tra calcestruzzo ed acciaio.
- Salvo casi particolari, non si tratta di impedire che possano formarsi delle fessure quanto di limitare **l'ampiezza delle fessure** in funzione delle condizioni di esercizio della struttura, delle condizioni di carico, nonché della sensibilità degli acciai alla corrosione.

S.L.E. Controllo della fessurazione

Nell'ambito del metodo degli stati limite il problema della fessurazione si risolve nella definizione di tre diversi (sub-)stati limite (§ 4.1.2.2.4.1, NTC2018):

1. Stato limite di decompressione

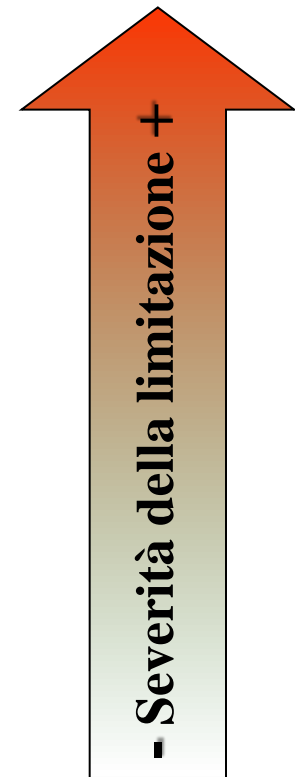
E' lo stato per il quale la minima tensione di compressione raggiunge il valore nullo.

2. Stato limite di formazione delle fessure

E' lo stato per il quale la massima tensione di trazione raggiunge il valore della resistenza a trazione del conglomerato

3. Stato limite di apertura delle fessure

E' lo stato per il quale l'ampiezza delle fessure non supera un valore limite (nominale) prefissato dalle norme



S.L.E. Controllo della fessurazione

Lo specifico (sub-)stato limite da verificare è funzione di:

- Tipo di azione (durata e frequenza di applicazione)
 - combinazioni quasi permanenti
 - combinazioni frequenti
- Condizioni ambientali (aggressività nei confronti delle armature)
 - **ordinarie**, caratterizzate da umidità relativa non elevata o da umidità relativa elevata per brevi periodi
 - **aggressive**, caratterizzate da elevata umidità relativa in assenza di vapori corrosivi
 - **molto aggressive**, caratterizzate da presenza di liquidi o aeriformi particolarmente corrosivi
- Sensibilità delle armature alla corrosione

La norma italiana distingue armature **sensibili** e **poco sensibili**

sensibili	→ acciaio armonico (es. utilizzato per c.a.p.)
poco sensibili	→ acciaio ordinario (es. per c.a.)

COMBINAZIONI dei CARICHI per SLU e SLE

NTC2018 (Norme tecniche per le costruzioni di cui al DM 17.0.2018)

2.5.3. COMBINAZIONI DELLE AZIONI

Ai fini delle verifiche degli stati limite, si definiscono le seguenti combinazioni delle azioni.

– Combinazione fondamentale, generalmente impiegata per gli stati limite ultimi (SLU):
 $\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \gamma_{Q3} \cdot \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots$ [2.5.1]

– Combinazione caratteristica, cosiddetta rara, generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE)
 $G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots$ [2.5.2]

– Combinazione frequente, generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) reversibili:
 $G_1 + G_2 + P + \psi_{11} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots$ [2.5.3]

– Combinazione quasi permanente (SLE), generalmente impiegata per gli effetti a lungo termine:
 $G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots$ [2.5.4]

– Combinazione sismica, impiegata per gli stati limite ultimi e di esercizio connessi all'azione sismica E:
 $E + G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \dots$ [2.5.5]

– Combinazione eccezionale, impiegata per gli stati limite ultimi connessi alle azioni eccezionali A:
 $G_1 + G_2 + P + A_d + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \dots$ [2.5.6]

SLU

SLE, rara

SLE,
frequente

SLE, quasi
perm.

G1 carichi permanenti strutturali

G2 carichi permanente non strutturali

Q carichi variabili

S.L.E. Controllo della fessurazione

Condizioni ambientali

Le norme tecniche definiscono le diverse condizioni ambientali in funzione della classe di esposizione (Tab. 4.1.III, §4.1.2.2.4.2, NTC2018)




Condizioni ambientali	Classe di esposizione
Ordinarie	X0, XC1, XC2, XC3, XF1
Aggressive	XC4, XD1, XS1, XA1, XA2, XF2, XF3
Molto aggressive	XD2, XD3, XS2, XS3, XA3, XF4

La definizione di ciascuna classe di esposizione è riportata nelle **Linee Guida per il calcestruzzo strutturale** (emesse dal Servizio Tecnico Centrale del Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici) e nelle norme **UNI 11104:2004** ed **UNI EN 206-1:2006**.











S.L.E. Controllo della fessurazione

Definizione delle classi di esposizione ambientale (1/2)

ASSENZA DI RISCHIO DI CORROSIONE O ATTACCO

Classe	Esempi di situazioni cui sono applicabili le classi di esposizione e icone relative (prospetto 4 UNI 11104:2004)		
X0	 Calcestruzzo non armato soggetto a cicli di bagnato-asciutto ma non ad abrasione, gelo o attacco chimico.	 Interno di edifici con umidità relativa molto bassa. Calcestruzzo non armato all'interno di edifici.	 Calcestruzzo non armato immerso in suolo non aggressivo o in acqua non aggressiva.

CORROSIONE INDOTTA DA CARBONATAZIONE

Classe	Esempi di situazioni cui sono applicabili le classi di esposizione e icone relative (prospetto 4 UNI 11104:2004)		
XC1	 Interni di edifici con umidità relativa bassa Calcestruzzo armato ordinario con le superfici all'interno di strutture con eccezioni delle parti esposte a condensa o immerse in acqua		
XC2	 Calcestruzzo armato ordinario prevalentemente immerso in acqua non aggressiva	 Calcestruzzo armato ordinario prevalentemente immerso in terreno non aggressivo	 Parti di strutture di contenimento liquidi, fondazioni
XC3	 Calcestruzzo armato ordinario in esterni con superfici esterne riparate dalla pioggia	  Calcestruzzo armato ordinario in interni con umidità relativa da moderata ad alta	
XC4	 Superfici a contatto con acqua non compresa nella classe XC2	 Calcestruzzi a vista in ambienti urbani	 Calcestruzzo armato ordinario in esterni con superfici soggette ad alternanze di asciutto ed umido





S.L.E. Controllo della fessurazione

Definizione delle classi di esposizione ambientale (2/2)






CORROSIONE INDOTTA DA CLORURI ESCLUSI QUELLI PROVENIENTI DALL'ACQUA DI MARE

Classe	Esempi di situazioni cui sono applicabili le classi di esposizione e icone relative (prospetto 4 UNI 11104:2004)	
XD1	 Calcestruzzo armato ordinario in superfici o parti di ponte e viadotti esposti a spruzzi d'acqua contenenti cloruri	
XD2	 Calcestruzzo armato ordinario in elementi strutturali totalmente immersi in acqua anche industriale contenente cloruri	 Calcestruzzo armato ordinario in elementi strutturali totalmente immersi in acqua (piscine)
XD3	 Parti di parcheggi per auto o parti di pavimentazioni	 Parti di ponti
	 Calcestruzzo armato ordinario di elementi con una superficie immersa in acqua contenente cloruri e l'altra esposta all'aria	 Calcestruzzo armato ordinario di elementi strutturali direttamente soggetti ad agenti disgelanti o a spruzzi contenenti agenti disgelanti

ATTACCO DEI CICLI DI GELO/DISGELO CON O SENZA DISGELANTI

Classe	Esempi di situazioni cui sono applicabili le classi di esposizione e icone relative (prospetto 4 UNI 11104:2004)	
XF1	 Superfici verticali di calcestruzzo esposte alla pioggia ed al gelo. Superfici non verticali di calcestruzzo esposte alla pioggia, all'acqua ed al gelo.	
XF2	 Elementi come parti di ponti che in altro modo sarebbero classificati come XF1 ma che sono esposti direttamente o indirettamente agli agenti disgelanti	
XF3	 Superfici orizzontali in edifici dove l'acqua può accumularsi e che possono essere soggette ai fenomeni di gelo elementi soggetti a frequenti bagnature ed esposti al gelo	
XF4	 Strade o pavimentazioni esposte al gelo ed ai sali disgelanti in modo diretto od indiretto	

ATTACCO CHIMICO

Classe	Esempi di situazioni cui sono applicabili le classi di esposizione e icone relative (prospetto 4 UNI 11104:2004)	
XA1	 Contenitori di fanghi e vasche di decantazione	
XA2	 Elementi strutturali o pareti a contatto di terreni aggressivi	
XA3	 Torri di raffreddamento di fumi e gas di scarico industriali	 Contenitori di foraggi, mangimi e liquami provenienti dall'allevamento animale
		 Elementi strutturali o pareti a contatto di acque industriali fortemente aggressive

S.L.E. Controllo della fessurazione

Idoneità di **caratteristiche e classi calcestruzzo** in relazione alle classi di esposizione ambientale ed ai requisiti tecnologici minimi:

CLASSI DI ESPOSIZIONE		REQUISITI TECNOLOGICI RICHIESTI (dai Prospetti 1 e 4 della Norma UNI 11104)												
SIGLA	DESCRIZIONE DELL'AMBIENTE	Massimo rapporto acqua/cemento		Minimo contenuto di cemento (Kg/m)						Minima classe di (Rck)				
X0	Assenza di rischio di corrosione o attacco	Nessun requisito		Nessun requisito						15				
	Per calcestruzzo privo di armatura o inserti metallici: tutte le esposizioni eccetto dove c'è gelo e disgelo, o attacco chimico. Calcestruzzi con armatura o inserti metallici: in ambiente molto asciutto. Interno di edifici con umidità relativa molto bassa.													
XC	Corrosione indotta da carbonatazione	1	Asciutto o permanentemente bagnato. Interni di edifici con umidità relativa bassa	0,60	300							30		
		2	Bagnato, raramente asciutto	0,60	300							30		
		3	Umidità moderata	0,55		320							35	
		4	Ciclicamente asciutto e bagnato	0,50			340						40	
XD	Corrosione indotta da cloruri non da acqua di mare	1	Umidità moderata	0,55		320						35		
		2	Bagnato, raramente asciutto	0,50			340					40		
		3	Ciclicamente asciutto e bagnato	0,45				360					45	
XF	Attacco dei cicli di gelo/disgelo	1	Moderata saturazione d'acqua, in assenza di agente disgelante	0,50		320						40		
		2	Moderata saturazione d'acqua in presenza di agente disgelante	0,50			340					30		
		3	Elevata saturazione d'acqua in assenza di agente disgelante	0,50			340					30		
		4	Elevata saturazione d'acqua con presenza di agente antigelo	0,45				360					35	
XA	Attacco chimico	1	Ambiente chimicamente debolmente aggressivo	0,55		320						35		
		2	Ambiente chimicamente moderatamente aggressivo	0,50			340					40		
		3	Ambiente chimicamente fortemente aggressivo	0,45				360					45	

Corrosione indotta da carbonatazione

Corrosione indotta da cloruri

Attacco dei cicli di gelo/disgelo

Attacco chimico

S.L.E. Controllo della fessurazione

Criteri di scelta dello stato limite di fessurazione da verificare in funzione di condizioni ambientali, durata dei carichi, tipo di acciaio (Tab. 4.1.IV, §4.1.2.2.4.2, NTC2018)

Gruppi di esigenze	Condizioni ambientali	Combinazione di azioni	Armatura			
			Sensibile		Poco sensibile	
			Stato limite	w_d	Stato limite	w_d
a	Ordinarie	frequente	ap. fessure	$\leq w_2$	ap. fessure	$\leq w_3$
		quasi permanente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
b	Aggressive	frequente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$
c	Molto aggressive	frequente	formazione fessure	-	ap. fessure	$\leq w_1$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$

Dimensione max fessure $w_d \leq d_i$:

- $w_1 = 0.2 \text{ mm}$
- $w_2 = 0.3$
- $w_3 = 0.4$

S.L.E. Controllo della fessurazione

Gruppi di esigenze	Condizioni ambientali	Combinazione di azioni	Armatura			
			Sensibile		Poco sensibile	
			Stato limite	w_d	Stato limite	w_d
a	Ordinarie	frequente	ap. fessure	$\leq w_2$	ap. fessure	$\leq w_3$
		quasi permanente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
b	Aggressive	frequente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$
c	Molto aggressive	frequente	formazione fessure	-	ap. fessure	$\leq w_1$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$

ESEMPIO: Condizioni ordinarie, armatura sensibile

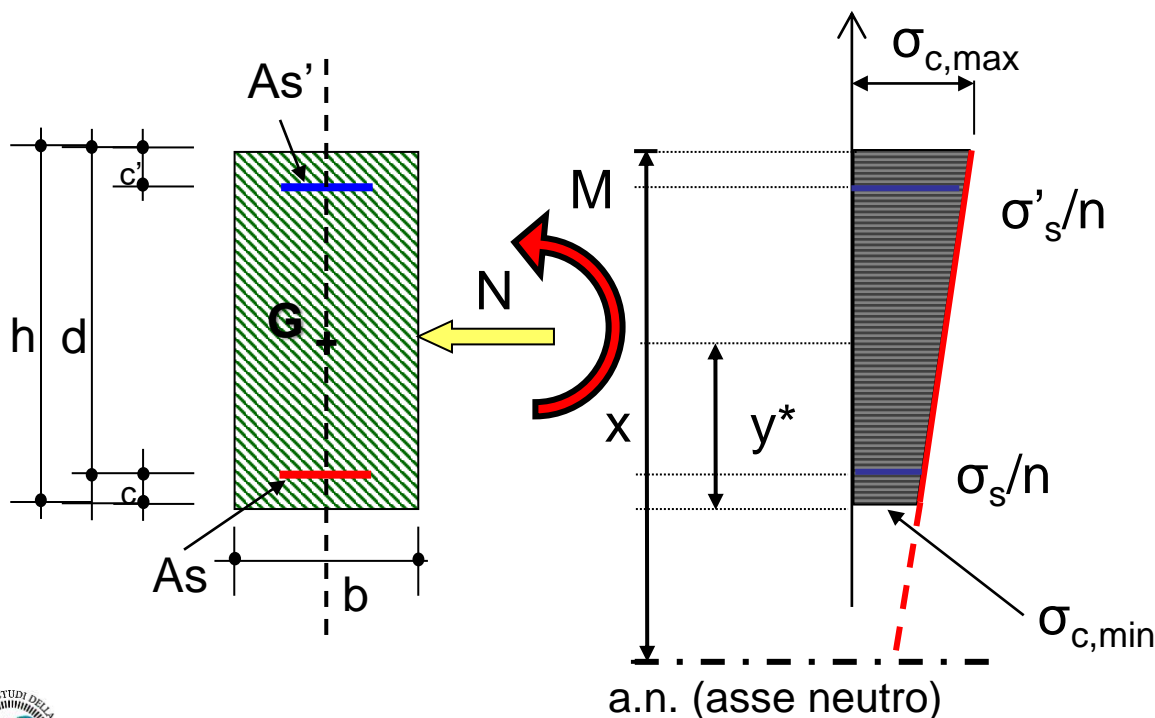
- 1) comb. frequente \rightarrow S.L. di apertura delle fessure: $w_d \leq w_2 = 0.3\text{mm}$
- 2) comb. quasi perm. \rightarrow S.L. di apertura delle fessure: $w_d \leq w_1 = 0.2\text{mm}$

dove:

- w_d è la max ampiezza calcolata
- w_1 e w_2 valori limite stabiliti dalle norme

S.L.E. Stato limite di decompressione

- La verifica dello SL di decompressione prevede che la sezione risulti tutta compressa, pertanto le tensioni sono valutate in base alle caratteristiche geometriche e meccaniche della **sezione omogeneizzata non fessurata** (non parzializzata).
- La verifica si effettua controllando che la tensione minima del cls sia di compressione, ovvero sia al più pari a zero.

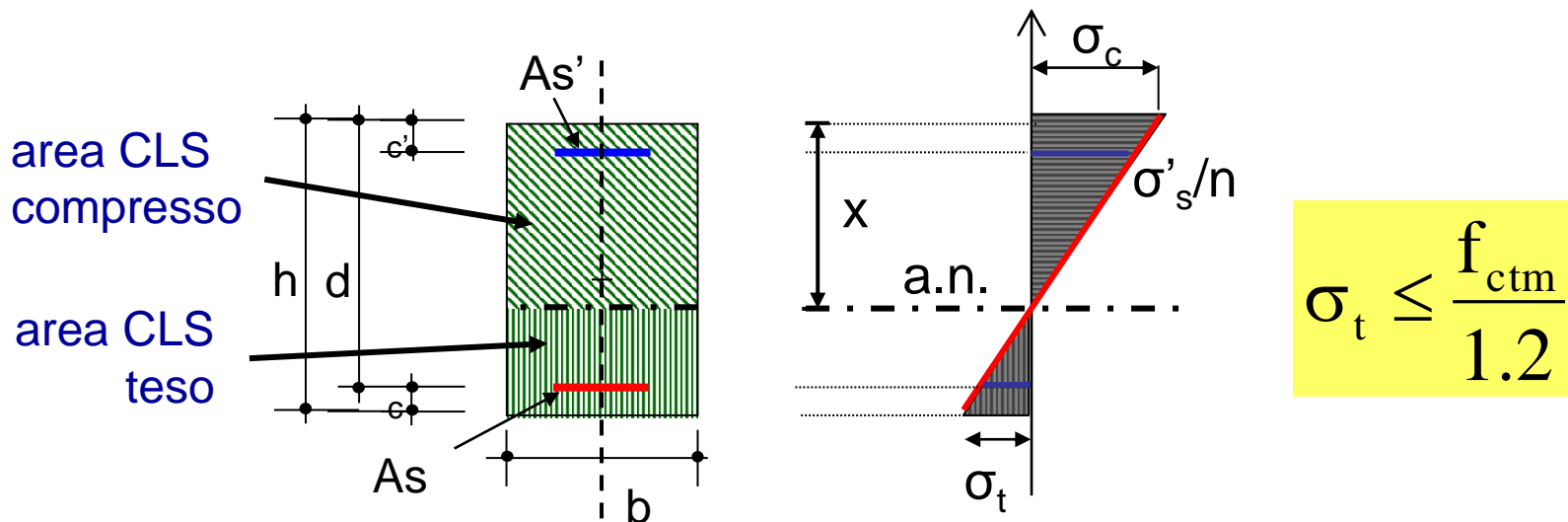


$$\sigma_{c,min} = \frac{N}{A_i} - \frac{M}{I_n} \cdot y^* \geq 0$$

dove y^* è la distanza del baricentro G della sezione omogeneizzata dal lembo avente la tensione minima di compressione

S.L.E. Stato limite di **formazione** delle fessure

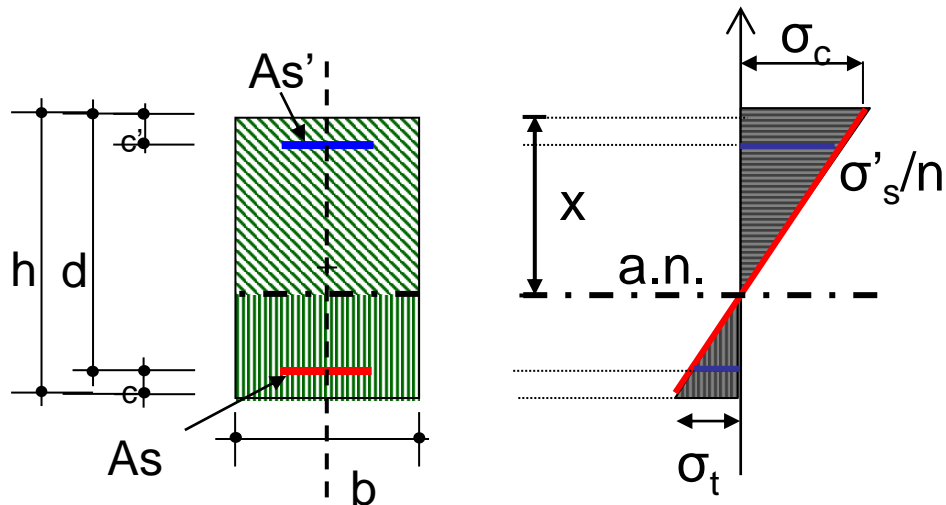
La verifica di tale stato limite si effettua confrontando che la **tensione normale di trazione** nella fibra più sollecitata sia **non superiore al valore della resistenza media a trazione del cls** f_{ctm} diviso per 1.2



Le ipotesi a base del calcolo sono:

- comportamento elastico lineare dei materiali
- sezione **NON** parzializzata, ossia si considera la resistenza a trazione del calcestruzzo
- coefficiente di omogeneizzazione per le armature convenzionalmente posto pari a $n = 15$

S.L.E. Stato limite di **formazione** delle fessure



La posizione dell'asse neutro x si determina imponendo l'annullamento rispetto ad esso del **momento statico totale S** della sezione reagente.

Posto: $n = E_s / E_c = 15$ $n' = E_{ct} / E_c = 0.15 \div 0.50$

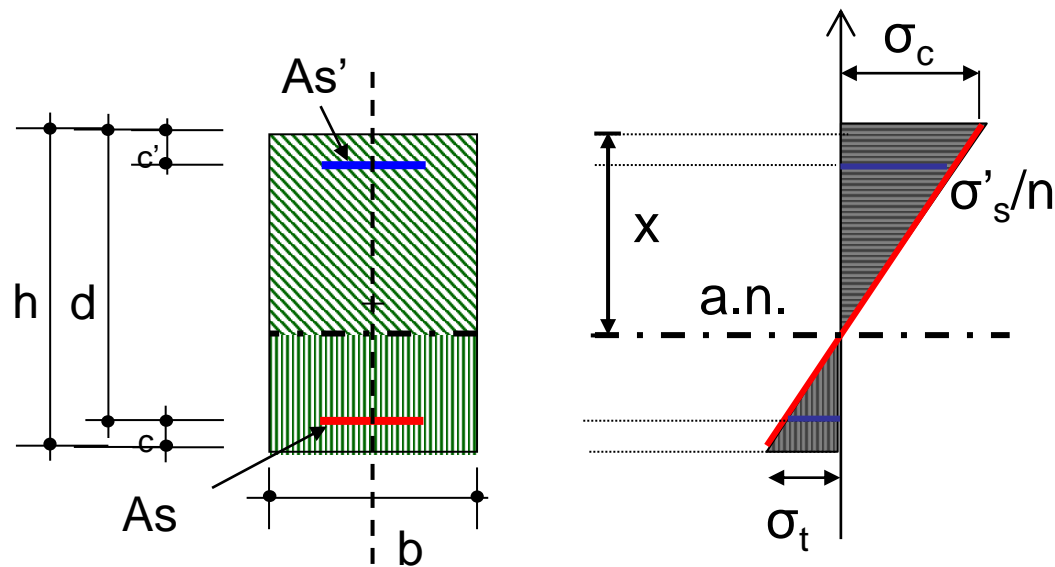
in cui E_s , E_c e E_{ct} sono rispettivamente il modulo elastico dell'acciaio, del calcestruzzo compresso e del calcestruzzo teso, si ha:

$$S_n = 0 \rightarrow \frac{b x^2}{2} + n A'_s (x - c') - n A_s (d - x) - n' b \frac{(h - x)^2}{2} = 0$$

S.L.E. Stato limite di **formazione** delle fessure

Il **momento d'inerzia** I_n della sezione omogeneizzata risulta:

$$I_n = \frac{b}{3} \left[x^3 + n'(h-x)^3 \right] + nA'_s (x - c')^2 + nA_s (d - x)^2$$



S.L.E. Stato limite di **formazione** delle fessure

La verifica è soddisfatta se risulta che la tensione σ_t al lembo teso della sezione è minore-uguale al limite di verifica

$$\sigma_t = n' \frac{M}{I_n} (h - x) \leq \frac{f_{ctm}}{1.2}$$

dove f_{ctm} è il valore medio della resistenza a trazione semplice che deve essere assunto pari a (§ 11.2.10.2, NTC2018):

$$f_{ctm} = 0.3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

per classi \leq C50/60

$$f_{ctm} = 2.12 \cdot \ln[1 + f_{cm} / 10]$$

per classi $>$ C50/60

Esempio: $f_{ck} = 25$ MPa \rightarrow $f_{ctm} = 2.56$ MPa

S.L.E. Stato limite di **formazione** delle fessure

La verifica di tale stato limite può essere effettuata anche in termini di caratteristica di sollecitazione, confrontando il valore del **momento indotto dalla combinazione dei carichi di esercizio** M_{es} con quello del momento di prima fessurazione M_F , per effetto del quale al lembo teso della sezione si avrebbe la rottura per trazione del calcestruzzo.

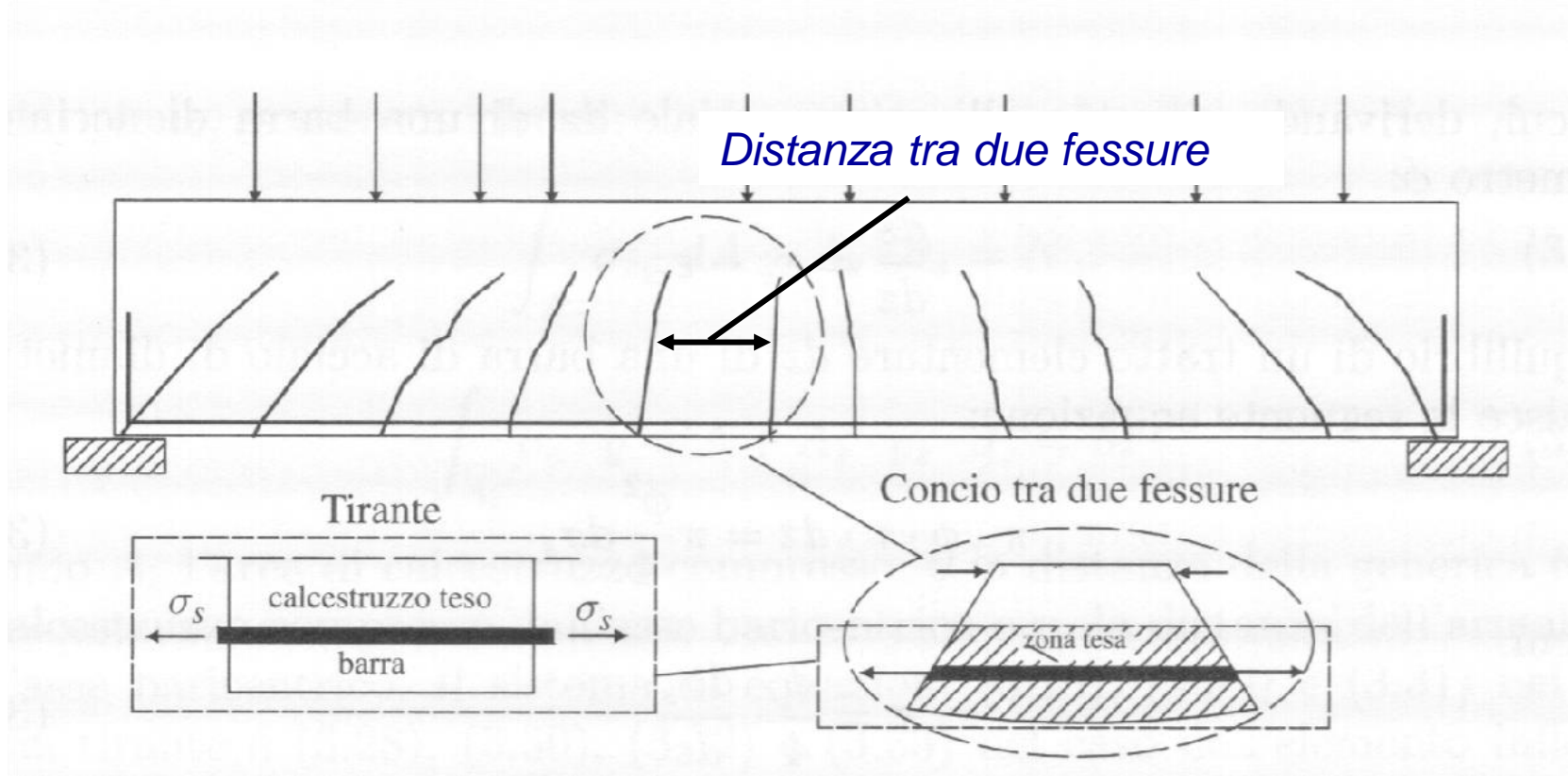
$$M_{es} \leq M_F$$

Il momento di prima fessurazione M_F si valuta assumendo $\sigma_t = f_{ctm}/1.2$

$$M_F = \frac{f_{ctm}}{1.2n'} \frac{I_n}{(h - x)}$$

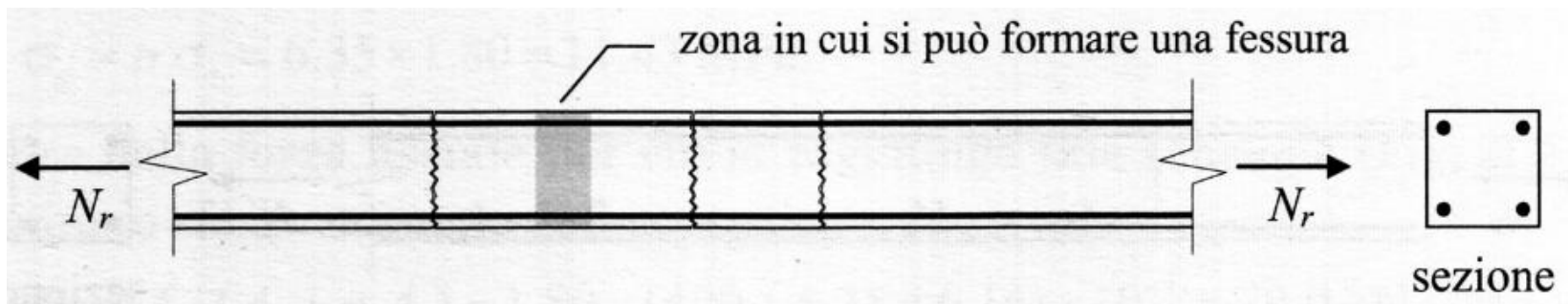
S.L.E. Stato limite di **apertura** delle fessure

Quadro fessurativo tipico in un elemento in c.a. inflesso



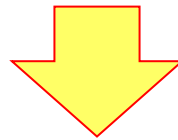
S.L.E. Stato limite di **apertura** delle fessure

- La separazione dell'elemento in più conci definiti dalle fessure, fa sì che le barre in corrispondenza di ogni fessura siano sollecitate dall'intero sforzo di trazione;
- Le tensioni tangenziali di aderenza, che nascono nelle zone limitrofe alle fessure lungo l'interfaccia tra calcestruzzo teso e barre di acciaio, **si oppongono allo sfilamento delle barre** indotto dallo sforzo di trazione e **riducono le tensioni nelle barre**, trasferendole al calcestruzzo integro.

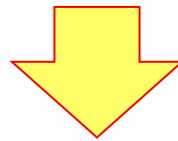


S.L.E. Stato limite di **apertura** delle fessure

Quando il momento sollecitante (M_{es}) supera il momento di prima fessurazione (M_F), si formeranno altre fessure a una certa distanza dalla prima, fin quando si raggiungerà una condizione di **fessurazione stabilizzata, ossia**:



può crescere solo l'ampiezza delle fessure esistenti



SI DEVE LIMITARE L'AMPIEZZA DELLE FESSURE

S.L.E. Stato limite di **apertura** delle fessure

La verifica dello SLE di apertura delle fessure viene effettuata controllando che il valore dell'ampiezza (w_d) delle fessure sia inferiore ad un valore limite definito dalla norma (§ 4.1.2.2.4.4, NTC2018)

$$w_d \leq w_{lim} = \{w_1, w_2, w_3\}$$

La Circolare (n. 7 del 11.2.2019) alla norma NTC2018 indica che il valore di w_d può essere calcolato attraverso due approcci:

- approccio 1, già previsto nel precedente D.M.16.1.1996
- approccio 2, introdotto dalle NTC 2008

S.L.E. Stato limite di **apertura** delle fessure

Le NTC prescrivono diversi valori limite (w_{lim}) che dipendono da:

- Condizioni ambientali
- Durata dei carichi
- Tipo di acciaio

Gruppi di esigenze	Condizioni ambientali	Combinazione di azioni	Armatura			
			Sensibile		Poco sensibile	
			Stato limite	w_d	Stato limite	w_d
a	Ordinarie	frequente	ap. fessure	$\leq w_2$	ap. fessure	$\leq w_3$
		quasi permanente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
b	Aggressive	frequente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$
c	Molto aggressive	frequente	formazione fessure	-	ap. fessure	$\leq w_1$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$

Dimensione max fessure $w_d \leq w_1=0.2, w_2=0.3, w_3=0.4\text{mm}$

S.L.E. Stato limite di apertura delle fessure

Approccio 1 (D.M.16.1.1996)

$$w_d = 1.7 w_m = 1.7 \varepsilon_{sm} s_{rm}$$

s_{rm} è la distanza media tra le fessure;

ε_{sm} è la deformazione unitaria media delle barre di armatura.

Il coefficiente 1.7 correla il **valore medio** w_m dell'ampiezza delle fessure al **valore caratteristico** w_k , che viene assunto come **valore di calcolo** w_d .

S.L.E. Stato limite di apertura delle fessure

Calcolo della deformazione media (*approccio 1*)

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right]$$

σ_s è la tensione nell'armatura tesa calcolata nella **sezione fessurata**;

σ_{sr} è la tensione nell'armatura tesa calcolata nella sezione fessurata nella condizione di carico che induce la **prima fessura** (ossia la tensione causata da un momento pari a quello di fessurazione);

β_1 è il coefficiente che tiene conto delle **proprietà di aderenza** delle barre, pari a:

1.0 per barre ad aderenza migliorata

0.5 per barre lisce;

β_2 è il coefficiente che tiene conto della **durata del carico** o di carichi ripetuti, pari a:

1.0 per un singolo carico di breve durata

0.5 per un carico di lunga durata o per molti cicli di carico ripetuti.

S.L.E. Stato limite di apertura delle fessure

Calcolo della distanza media tra le fessure (approccio 1)

$$s_{rm} = 50 + 0,25 k_1 k_2 \frac{\varnothing}{\rho_r}$$

\varnothing è il **diametro delle barre** in mm (se nella stessa sezione sono impiegati più diametri, può essere adottato un diametro medio);

K1 è il coefficiente che tiene conto delle proprietà di **aderenza** delle barre, pari a 0.8 per barre ad aderenza migliorata, 1.6 per barre lisce.

K2 è il coefficiente che tiene conto della **forma del diagramma** delle deformazioni, pari a 0.5 per flessione, 1.0 per trazione pura.

ρ_r è il rapporto di **armatura efficace** $A_s/A_{c,eff}$, con A_s area di armatura tesa e $A_{c,eff}$ area di cls teso che la circonda (in caso di flessione assunta pari a 2.5 volte la larghezza della trave b per la dimensione del copriferro c)

S.L.E. Stato limite di apertura delle fessure

In alternativa (**approccio 2**) la circolare alla norma NTC2018 prevede la seguente espressione per il calcolo dell'ampiezza delle fessure :

$$w_d = \Delta_{smax} \varepsilon_{sm}$$

Δ_{smax} è la distanza massima tra le fessure;

ε_{sm} è la deformazione unitaria media delle barre di armatura che può essere valutata attraverso:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ctm}}{\rho_{eff}} (1 + \alpha_e \rho_{eff})}{E_s} \geq 0.6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

S.L.E. Stato limite di apertura delle fessure

La simbologia utilizzata ha il seguente significato:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ctm}}{\rho_{eff}} (1 + \alpha_e \rho_{eff})}{E_s} \geq 0.6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

σ_s è la tensione nell'armatura tesa valutata considerando la sezione fessurata;

α_e è il rapporto E_s/E_{cm} ;

ρ_{eff} è pari a $A_s/A_{c,eff}$

$A_{c,eff}$ è l'area efficace di calcestruzzo teso attorno all'armatura, di altezza $h_{c,ef}$, dove $h_{c,ef}$ è il valore minore tra $2,5 (h - d)$, $(h - x)/3$ e $h/2$ (vedere figura C4.1.9). Nel caso di elementi in trazione, in cui esistono due aree efficaci, l'una all'estradosso e l'altra all'intradosso, entrambe le aree vanno considerate separatamente;

k_t è un fattore dipendente dalla durata del carico e vale:

$k_t = 0,6$ per carichi di breve durata,

$k_t = 0,4$ per carichi di lunga durata.

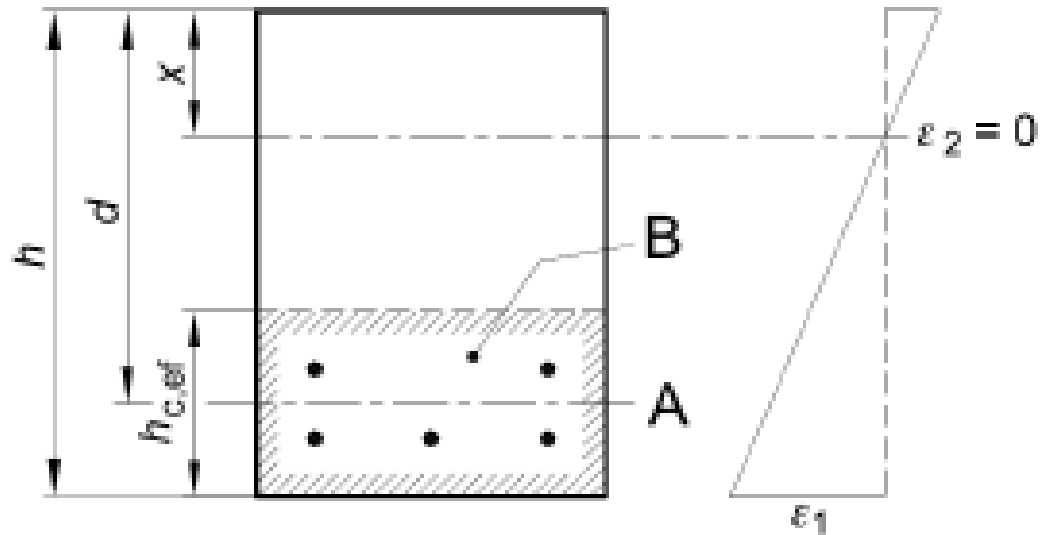
S.L.E. Stato limite di apertura delle fessure

Calcolo dell'area tesa efficace di cls $A_{c,eff}$: casi tipici

$$h_{c,ef} = \min \{ 2.5(h - d); (h - x) / 3; h / 2 \}$$

Legenda

- a) Trave
- A Livello del baricentro dell'acciaio
- B Area tesa efficace, $A_{c,eff}$

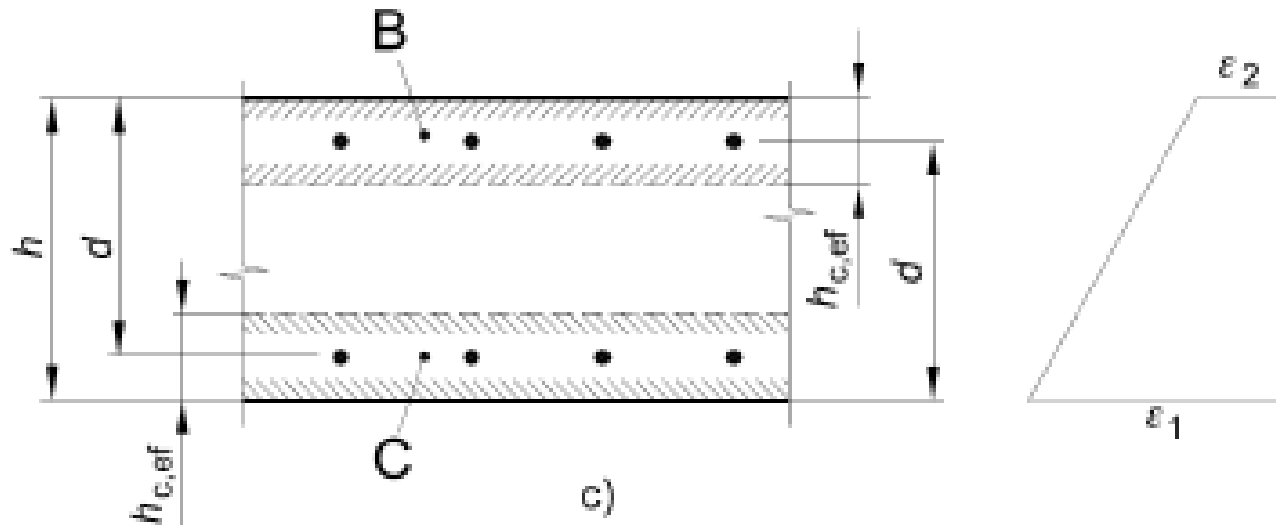


S.L.E. Stato limite di apertura delle fessure

Calcolo dell'area tesa efficace di cls $A_{c,eff}$: casi tipici

$$h_{c,ef} = \min \{ 2.5(h - d); h / 2 \}$$

- c) Elemento in trazione
- B Area tesa efficace di estradosso, $A_{ct,eff}$
- C Area tesa efficace di intradosso, $A_{cb,eff}$



S.L.E. Stato limite di apertura delle fessure

Valutazione del termine Δ_{smax}

$$i \leq 5(c + \phi / 2) \quad \text{Caso 1}$$

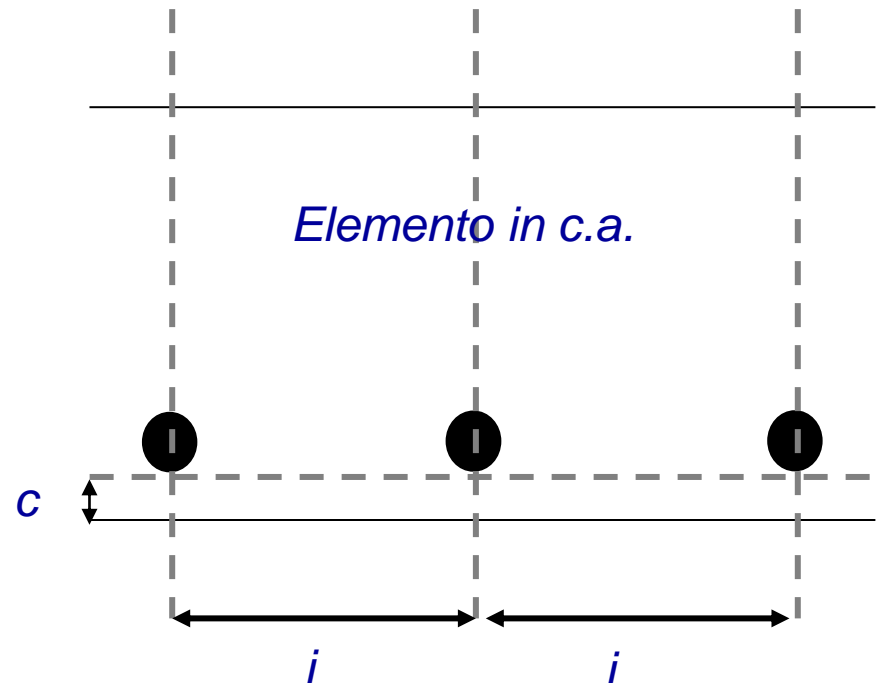
$$i > 5(c + \phi / 2) \quad \text{Caso 2}$$

Legenda

c = ricoprimento dell'armatura

i = interfero

ϕ = diametro della barra di armatura



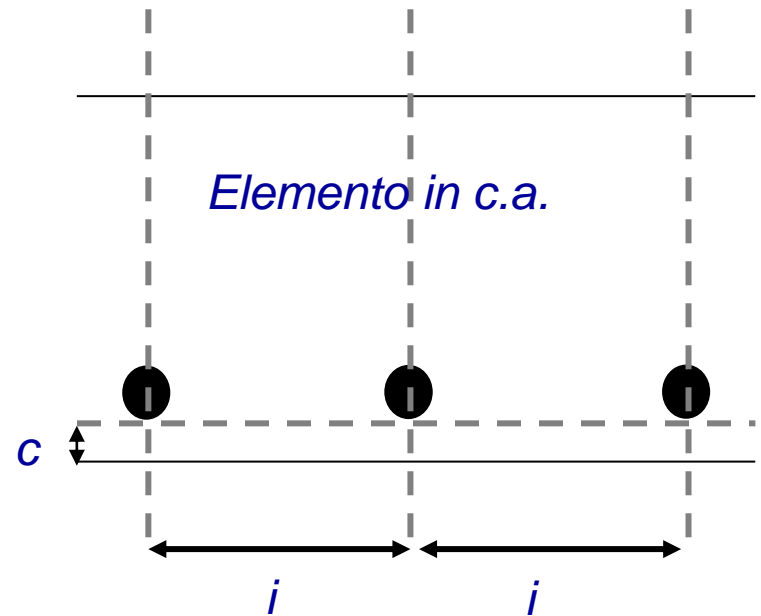
S.L.E. Stato limite di apertura delle fessure

Valutazione del termine Δ_{smax}

$$i \leq 5(c + \phi / 2)$$

Caso 1

$$\Delta_{smax} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}}$$



c = ricoprimento dell'armatura

i = interfero

ϕ = diametro della barra di armatura

$K1 = 0.8$

$K2 = 0.5$ per flessione semplice

$K2 = 1$ per trazione semplice

$K3 = 3.4$

$K4 = 0.425$

$\rho_{eff} = A_s / A_{c,eff}$

S.L.E. Stato limite di apertura delle fessure

Nel caso di presenza di più diametri di armatura è possibile determinare un diametro equivalente ϕ_{eq} attraverso la seguente espressione:

$$\phi_{eq} = \frac{\sum_i n_i \phi_i^2}{\sum_i n_i \phi_i}$$

dove n è il numero di barre aventi diametro i -esimo

S.L.E. Stato limite di apertura delle fessure

Valutazione del termine Δ_{smax}

$$i > 5(c + \phi / 2)$$

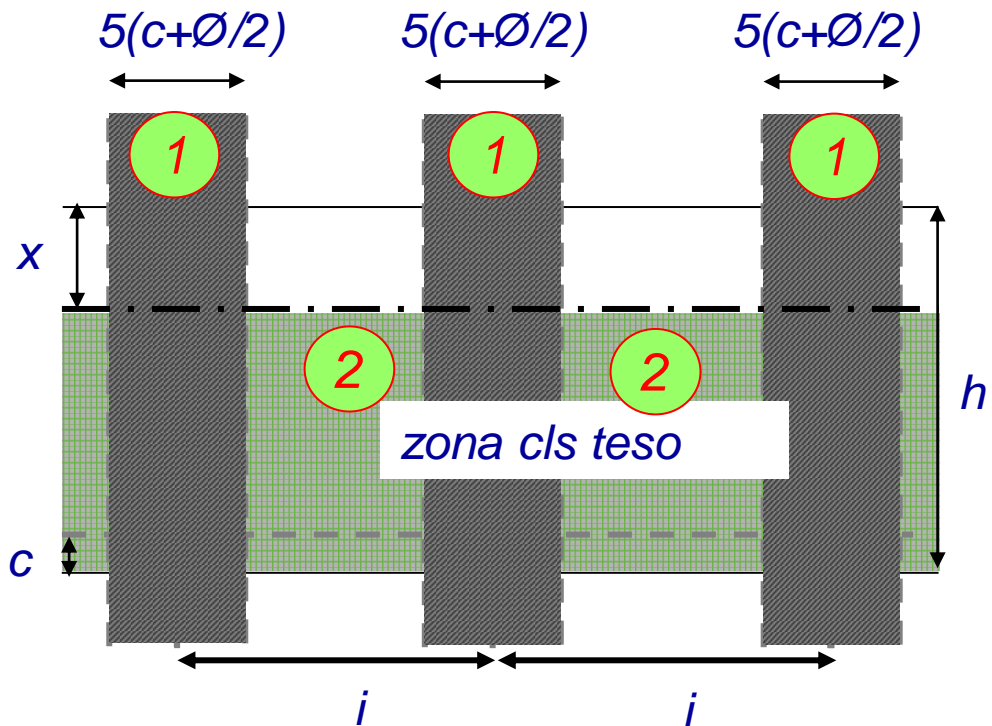
Caso 2

Nella zona (1) si può applicare:

$$\Delta_{smax} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}}$$

Nella zona (2) si può applicare: c

$$\Delta_{smax} = 1.3(h - x)$$



con x la distanza dell'asse neutro rispetto al lembo compresso

S.L.E. Stato limite di apertura delle fessure

La verifica dell'ampiezza di fessurazione può anche essere condotta **senza calcolo diretto**, limitando la tensione di trazione nell'armatura.

Nella tabella seguente per ciascun valore limite w_1 , w_2 , w_3 è indicato il diametro massimo della barra di armatura e la tensione di esercizio (§C4.1.2.2.4.5, circolare NTC2018)

Tabella C4.1.II *Diametri massimi delle barre per il controllo di fessurazione*

Tensione nell'acciaio σ_s [MPa]	Diametro massimo ϕ delle barre (mm)		
	$w_3 = 0,4$ mm	$w_2 = 0,3$ mm	$w_1 = 0,2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	-

S.L.E. Stato limite di apertura delle fessure

Nella tabella seguente per ciascun valore limite w_1 , w_2 , w_3 è indicata la spaziatura massima tra le barra di armatura e la tensione di esercizio (§C4.1.2.2.4.5, circolare NTC2018)

Tabella C4.1.III -Spaziatura massima delle barre per il controllo di fessurazione

Tensione nell'acciaio σ_s [MPa]	Spaziatura massima s delle barre (mm)		
	$w_3 = 0,4$ mm	$w_2 = 0,3$ mm	$w_1 = 0,2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

S.L.E. Stato limite di fessurazione: riepilogo

Stato limite	Condizione di verifica	Note
Decompressione	$\sigma \leq 0$	la sezione deve risultare interamente compressa
Formazione delle fessure	$\sigma_t \leq f_{ctm}/1.2$	limite della tensione di trazione nella fibra maggiormente sollecitata
Apertura delle fessure	$W_d \leq \begin{cases} W_1 = 0.2 \text{ mm} \\ W_2 = 0.3 \text{ mm} \\ W_3 = 0.4 \text{ mm} \end{cases}$	limiti della dimensione massima delle fessure

S.L.E. Limitazione delle tensioni

In presenza dei carichi di esercizio valori elevati delle **tensioni di compressione nel calcestruzzo** possono favorire:

- 1) la formazione di microfessurazione nel calcestruzzo
- 2) eccessive deformazioni viscosi.

In assenza di altri provvedimenti (es. incremento del copriferro nella zona di compressione o confinamento mediante armatura trasversale) vanno limitate le tensioni di compressione.

Anche le **tensioni di trazione nell'acciaio** devono essere limitate nelle condizioni di esercizio per evitare che possano verificarsi deformazioni anelastiche, in quanto ciò condurrebbe a fessure ampie ed aperte permanentemente nel calcestruzzo teso.

S.L.E. Limitazione delle tensioni

La verifica dello **SLE** *Limitazione delle tensioni* viene effettuata **controllando** che il valore delle **tensioni** – calcolate attraverso l'analisi elastica delle sezioni – indotte dalle **combinazioni** dei carichi **di esercizio rara e quasi permanente** sia inferiore ai limiti seguenti:

Materiale	Tensioni Massime	
	Combinazione di carico rara	Combinazione quasi perm.
CLS compresso	$0.60 f_{ck}$	$0.45 f_{ck}$
Acciaio teso	$0.80 f_{yk}$	--

S.L.E. Limitazione delle tensioni

Esempio: carichi applicati G_1 , G_2 e Q_k , flessione semplice

Le sollecitazioni di compressione e di trazione valutate per la combinazione rara delle azioni devono rispettare i seguenti limiti:

$$F_d = G_1 + G_2 + Q_k \quad \text{Combinazione di carico rara}$$

tensioni
nel cls

$$\sigma_c = \frac{M}{I_n} x \leq 0.6f_{ck}$$

$$\sigma_s = \frac{n \cdot \sigma_c}{x} (h - x) \leq 0.8f_{yk}$$

tensioni
nell'acciaio

Le sollecitazioni di compressione valutate per la combinazione quasi-permanente delle azioni deve rispettare il seguente limite:

$$F_d = G_1 + G_2 + \psi_2 Q_k$$

Combinazione di carico quasi-permanente

$$\sigma_c = \frac{M}{I_n} x \leq 0.45f_{ck}$$

tensioni nel cls

S.L.E. Limitazione delle deformazioni

La **deformazione** di un elemento o di una struttura deve, di regola, essere tale da **non comprometterne la funzionalità o l'aspetto estetico**.

Strutture troppo deformabili possono provocare:

- *Fessure nocive in elementi rigidi portati da strutture troppo deformabili;*
- *Frecce eccessive;*
- *Oscillazioni d'ampiezza inammissibili sotto il transito di sovraccarichi.*

La **verifica** dello stato limite di deformazione consiste nel controllare che, per le combinazioni di carico relative agli stati limite di esercizio, il conseguente **livello deformativo sia minore di un definito limite di deformabilità**.

S.L.E. Limitazione delle deformazioni

Per quanto riguarda i limiti di deformabilità (*freccia max, rapporto freccia/luce*), essi devono essere congruenti con le prestazioni richieste alla struttura anche in relazione alla destinazione d'uso, con riferimento alle esigenze statiche, funzionali ed estetiche.

Tab. 4.2.XII - Limiti di deformabilità per gli elementi di impalcato delle costruzioni ordinarie

Elementi strutturali	Limiti superiori per gli spostamenti verticali	
	$\frac{\delta_{\max}}{L}$	$\frac{\delta_2}{L}$
Coperture in generale	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{250}$
Coperture praticabili	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{300}$
Solai in generale	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{300}$
Solai o coperture che reggono intonaco o altro materiale di finitura fragile o tramezzi non flessibili	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{350}$
Solai che supportano colonne	$\frac{1}{400}$	$\frac{1}{500}$
Nei casi in cui lo spostamento può compromettere l'aspetto dell'edificio	$\frac{1}{250}$	

In caso di specifiche esigenze tecniche e/o funzionali tali limiti devono essere opportunamente ridotti.

S.L.E. Limitazione delle deformazioni

Per quanto riguarda la salvaguardia dell'aspetto e della **funzionalità** dell'opera, le frecce a lungo termine di travi e solai, calcolate sotto la condizione **quasi permanente** dei carichi, non devono superare il limite di **1/250** della luce.

In relazione **all'integrità** delle pareti portate divisorie e di tamponamento, le frecce di travi e solai, sotto la condizione **quasi permanente** dei carichi, non devono superare il limite di **1/500** della luce. In tale verifica la freccia totale calcolata può essere depurata della parte presente prima dell'esecuzione delle pareti.

S.L.E. Limitazione delle deformazioni

Il calcolo della freccia si effettua mediante l'integrazione della curvatura delle sezioni dell'elemento. Tale valutazione non è immediata. Infatti all'interno di un concio di trave in c.a. fessurato è possibile riconoscere:

- sezioni parzializzate in corrispondenza delle fessure, con momento agente maggiore del momento di fessurazione (stadio 2);
- sezioni non fessurate (interamente reagenti) comprese tra le fessure (stadio 1).

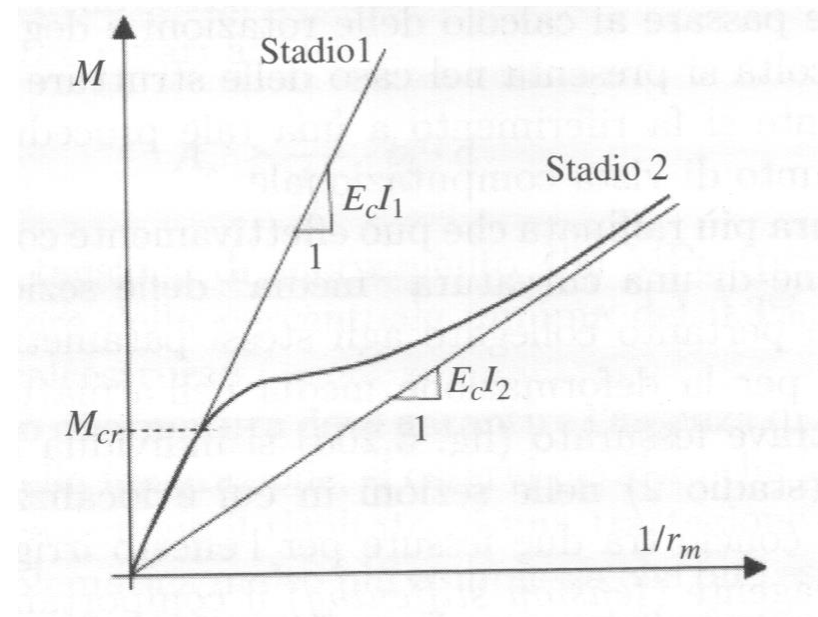
Pertanto il calcolo della curvatura può essere valutato a partire da due diversi valori

$$\frac{1}{r_1} = \frac{M}{E_c I_1}$$

curvatura
stadio1

$$\frac{1}{r_2} = \frac{M}{E_c I_2}$$

curvatura
stadio2



S.L.E. Limitazione delle deformazioni

Seguendo le indicazioni fornite dalla circolare NTC2018 (§C4.1.2.2.2) la freccia (f) può essere valutata attraverso una procedura semplificata (**Calcolo tecnico della freccia**) che tiene tuttavia in conto dei valori relativi alle sezioni integre (f_1) e fessurate (f_2):

$$f = f_1(1 - \zeta) + f_2\zeta$$

$$\zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2$$

M_{cr} è il momento di fessurazione;

M è il momento agente;

β è un coefficiente che tiene conto della durata dei carichi. Esso vale **1** per carichi di breve durata e **0.5** per carichi permanenti o ciclici

S.L.E. Limitazione delle deformazioni

Tuttavia, per le strutture in c.a. complicato calcolare in maniera rigorosa spostamenti e deformazioni. Si preferisce pertanto eseguire verifiche semplificate, che consistono nel rispettare adeguati limiti del rapporto (l/h) tra la luce degli elementi strutturali e l'altezza della loro sezione trasversale (§C4.1.2.2.2):

$$\frac{l}{h} \leq K \left[11 + \frac{0.015 f_{ck}}{\rho + \rho'} \right] \left[\frac{500 A_{s,eff}}{f_{yk} A_{s,calc}} \right]$$

$A_{s,eff}$, $A_{s,cal}$ sono l'area dell'armatura tesa effettivamente disposta e l'area di quella calcolata;

ρ , ρ' sono i rapporti tra armatura tesa (A_s/A_c) e compressa (A'_s/A_c);

K e un coefficiente correttivo che dipende dallo schema strutturale.

S.L.E. Limitazione delle deformazioni

Nella seguente tabella, oltre ai valori del coefficiente k , sono riportati i valori limite del rapporto l/h per elementi strutturali poco (0,5%) o molto (1,5%) armati, con riferimento a un calcestruzzo di classe C25/30:

SISTEMA STRUTTURALE	k	$\rho = 1.5\%$ Calcestruzzo molto sollecitato	$\rho = 0.5\%$ Calcestruzzo poco sollecitato
<i>Travi semplicemente appoggiate, piastre semplicemente appoggiate mono o bidirezionali</i>	1.0	14	20
<i>Campata terminale di travi continue o piastre continue monodirezionali o piastre bidirezionali continue su un lato lungo</i>	1.3	18	26
<i>Campata intermedia di travi o di piastre mono o bidirezionali</i>	1.5	20	30
<i>Piastre sorrette da pilastri senza travi (piastre non nervate) (in base alla luce maggiore)</i>	1.2	17	24
<i>Mensole</i>	0.4	7	8